

# TECHNISCHE UNIVERSITÄT DRESDEN

Institut für Planetare Geodäsie  
Theoretische und Physikalische Geodäsie

## Bestimmung der Höhenreferenzfläche für Kolumbien

Diplomarbeit

Laura Sánchez

Betreuer: Prof. Dr.-Ing. habil. R. Dietrich, Technische Universität Dresden  
Dr.-Ing. W. Bosch, Deutsches Geodätisches Forschungsinstitut, München  
Eingereicht: 20. Juni 2003

## **Selbständigkeitserklärung**

Hiermit erkläre ich, dass ich die von mir am heutigen Tage der Diplomkommission der Fachrichtung Geowissenschaften eingereichte Diplomarbeit zum Thema

*Bestimmung der Höhenreferenzfläche für Kolumbien*

vollkommen selbständig und nur unter Benutzung der in der Arbeit angegebenen Literatur angefertigt habe.

Dresden, den 20. Juni 2003

Laura Sánchez

# Bestimmung der Höhenreferenzfläche für Kolumbien

Laura Sánchez

Institut für Planetare Geodäsie, Technische Universität Dresden

## Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wurde ein Quasigeoid für Kolumbien als Höhenbezugsfläche für die Normalhöhen, die als offizielle Höhen im Rahmen von SIRGAS eingeführt werden sollen, nach der Theorie von Molodenski mit der „*remove-restore*“-Technik berechnet. Dafür wurden alle terrestrischen Schweredaten des Landes ganz neu evaluiert und korrigiert. Die Schwerereferenznetze und die Gravimetermessungen auf den Nivellementslinien wurden neu ausgeglichen, und die damit verbundenen flächenhaften Messungen wurden daran angepasst. Es wurden mehrere große Abweichungen der alten Werte gefunden und einige zusätzliche Daten hinzugenommen. Für den Übergang zum Meer wurden im Küstenbereich Schwereanomalien aus der Satellitenaltimetrie eingeführt.

Zur Reduktion der topographischen Effekte wurde ein genaues, hochauflösendes (30"x30") digitales Geländemodell benutzt. Die Gesteinsdichten wurden aber als konstant ( $\rho = 2670 \text{ kg m}^{-3}$ ) eingeführt. Wegen der großen topographischen Gradienten in Kolumbien ist diese Reduktion sehr wichtig und hat einen großen Einfluss (z.B. bis zu  $1200 \mu\text{ms}^{-2}$  auf die Schwereanomalien). Eine Verfeinerung dieses Modells (z.B. 100 m x 100 m Auflösung aus Satelliten-Radarmessungen) könnte die Quasigeoid-Berechnung noch verbessern.

Das Ergebnis ist ein gravimetrisches Quasigeoid für Kolumbien und die Grenzgebiete der Nachbarländer in (2'x2')-Auflösung. Es ist sehr viel detaillierter und homogener als vorherige Berechnungen. Das Quasigeoid wurde durch eine Transformation mit Bouguer-Anomalien in ein Geoid umgeformt. Dies hat einen glatteren Verlauf und zeigt deutlich den Unterschied zwischen einer Äquipotentialfläche des Schwerefeldes als Randfläche nahe dem Ellipsoid und einer Abbildung der Erdoberfläche als Randfläche auf das Normalschwerefeld der Erde.

Der Vergleich des gravimetrischen Quasigeoids mit der Differenz zwischen ellipsoidischen Höhen, die mit GPS bestimmt wurden, und Normalhöhen aus gravimetrisch reduzierten Nivellements zeigt einen systematischen Anteil, der von der Auswertungsmethode (Integrationsradius) der Stokesschen Formel und vom verwendeten globalen Schweremodell als Referenz abhängt. Im ausgewählten Modell ist er etwa -2 m. Nach der Reduktion dieses systematischen Anteils bleibt eine mittlere quadratische Abweichung zwischen GPS ellipsoidischen minus Normalhöhen und dem Quasigeoid von etwa  $\pm 0,5 \text{ m}$ .

Das berechnete Quasigeoid hat für die Anforderungen der modernen Landesvermessung noch keine genug genauen Werte. Ein Grund ist der große systematische Anteil ( $\sim -2 \text{ m}$ ). Dieser kann durch langwellige Fehler in den Schwereanomalien, entweder im globalen Referenzmodell (TEG-4) oder in den regionalen Anomalien, entstehen. Eine Untersuchung dieses Effekts mit verschiedenen globalen Modellen konnte keine eindeutigen Ergebnisse liefern. Durch die Geländereduktion der regionalen Anomalien wird der Effekt sehr verändert aber nur teilweise eliminiert.

Insgesamt geben die Berechnungen etwa das Ergebnis, das man erwarten konnte. Die topographische und tektonische Struktur in Kolumbien ist sehr bewegt und das Schwerefeld wird davon sehr beeinflusst. Man braucht deshalb eine viel dichtere Verteilung der Schwerewerte und des digitalen Geländemodells als in ebenen Gebieten, wo das Schwerefeld einen ruhigen Verlauf hat. Auch die Vergleichswerte durch GPS-Messungen und Nivellement haben nicht die Genauigkeit wie in anderen Ländern. Kolumbien liegt im Äquatorgebiet, wo die ionosphärischen und troposphärischen Einflüsse am größten sind und auch die nivellitische Refraktion zwischen Tälern und Bergen einen großen Einfluss hat.

# Inhaltsverzeichnis

<b>1. Einleitung</b>	<b>9</b>
<b>2. Stand der Höhenbestimmung in Kolumbien</b>	<b>11</b>
2.1 Vertikales System	11
2.2 Nivellementsnetze	11
2.3 Höhenbezugsflächen	13
<b>3. Gravimetrische Geoid- und Quasigeoid-Bestimmung</b>	<b>16</b>
3.1 Theorie von Stokes	18
3.2 Theorie von Molodenski	19
3.3 Zur praktischen Berechnung	20
<b>4. Vorhandene Schweredaten und ihre Aufbereitung</b>	<b>22</b>
4.1 Gravimetrisch – terrestrisch	22
4.1.1 Schwerereferenzdaten in Kolumbien	22
4.1.2 Ausgleichung des Gravimeternetzes 1. Ordnung	24
4.1.3 Neuausgleichung der gravimetrischen Linien	30
4.1.4 Daten der Defense Mapping Agency	34
4.1.5 Daten der Erdölgesellschaften	36
4.2 Fluggravimetrie	41
4.3 Satellitenaltimetrie	43
4.4 Schwerefeldmodelle	43
<b>5. Schwereanomalien und topographische Effekte</b>	<b>51</b>
5.1 Bildung von Gitterdaten	52
5.1.1 (Terrestrische) Schwereanomalien nach Molodenski	52
5.1.2 Kombination terrestrischer und Satellitenaltimetrie-Schwereanomalien	57
5.2 Der Molodenski Term $G_1$	58
<b>6. Geoid- und Quasigeoid-Berechnung</b>	<b>61</b>
6.1 <i>Remove-Restore</i> -Technik	61
6.2 Durchführung der Quasigeoid-Berechnung	62
6.2.1 „ <i>Remove</i> “-Schritt	62
6.2.2 Berechnung des regionalen Quasigeoid-Anteils	64
6.2.3 „ <i>Restore</i> “-Schritt	66
6.3 Das Quasigeoid-Modell <i>QgeoCol2003</i>	67
6.4 Das Geoid-Modell <i>GeoCol2003</i>	69
<b>7. Vergleich mit Höhenbestimmung aus Nivellements und GPS</b>	<b>71</b>
<b>8. Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>74</b>
8.1 Zusammenfassung	74
8.2 Ausblick	75
<b>Literatur</b>	<b>77</b>

## Anhang

<b>A Referenzschweredaten Kolumbiens</b>	<b>83</b>
A.1 SIGNAR gravimetrisches Netz 1. Ordnung	83
A.2 SIGNAR gravimetrisches Netz 2. Ordnung	85
A.3 Gravimetrisches Netz RED58	85
A.4 Maßstabsfaktoren der benutzten Gravimeter in den gravimetrischen Linien	87
A.5 Gänge der benutzten Gravimeter in den gravimetrischen Linien	88
<b>B Bereinigung der Schweredaten der Erdölgesellschaft Kolumbiens</b>	<b>89</b>
B.1 Projekt GSL95	89
B.2 Projekt GMVI97	90
B.3 Projekt GSA36	91
B.4 Projekt GNA29	92
B.5 Projekt GBCA52	93
B.6 Projekt GLAG94	94
B.7 Projekt GLLA21	95
B.8 Projekt GCHA11	96
B.9 Projekt GPUB67	97
<b>C Vergleich der Schwerefeldmodelle EGM96, TEG-4 und EIGEN-2 mit den regionalen Anomalien</b>	<b>98</b>
C.1 Differenzen mittlerer Anomalien ( $2,5^\circ \times 2,5^\circ$ ) der globalen Schwerefeldmodelle EGM96 und EIGEN-2	98
C.2 Differenzen mittlerer Anomalien ( $2,5^\circ \times 2,5^\circ$ ) der globalen Schwerefeldmodelle TEG-4 und EGM96	99
C.3 Differenzen zwischen regionalen Freiluft-Anomalien ( $2,5^\circ \times 2,5^\circ$ ) und globalem Modell EGM96	100
C.4 Differenzen zwischen regionalen Freiluft-Anomalien ( $2,5^\circ \times 2,5^\circ$ ) und globalem Modell EIGEN-2	101
C.5 Differenzen zwischen regionalen Faye-Anomalien ( $2,5^\circ \times 2,5^\circ$ ) und globalem Modell EGM96	102
C.6 Differenzen zwischen regionalen Faye-Anomalien ( $2,5^\circ \times 2,5^\circ$ ) und globalem Modell EIGEN-2	103
<b>D Graphische Darstellung der Schwerefeldparameter</b>	<b>104</b>
D.1 Freiluft-Anomalien des Modells TEG-4	104
D.2 Residuale Anomalien	105
D.3 Globales Quasigeoid aus dem Modell TEG-4	106
D.4 Regionale Komponente des Quasigeoid-Modells <i>QgeoCol2003</i>	107
D.5 Geoid-Model <i>GeoCol2003</i>	108
D.6 Differenzen zwischen den Modellen <i>QgeoCol2003</i> und <i>GeoCol2001</i>	109
<b>E Programme und Daten, die zur Durchführung der Arbeit benutzt wurden</b>	<b>110</b>

# Abbildungsverzeichnis

2.1	Nivellementsnetze und Meerespegel in Kolumbien	12
3.1	Beziehungen zwischen Größen des Erdschwerefeldes	16
4.1	Gravimetrisches Netz RED58	23
4.2	SIGNAR gravimetrisches Netz 1. Ordnung	25
4.3	Häufigkeit der mittleren Fehler der ausgeglichenen Schwerewerte, SIGNAR gravimetrisches Netz 1. Ordnung	26
4.4	Häufigkeit der mittleren Fehler der neu ausgeglichenen Schwerewerte RED58	29
4.5	Gravimetrische Linien, Einteilung der ausgeglichenen Netze	31
4.6	Mittlere Fehler der erneut ausgeglichenen gravimetrischen Linien (GRAVLINIEN2003)	33
4.7	Differenzen zwischen den erneut ausgeglichenen gravimetrischen Linien (GRAVLINIEN2003) und der vorherigen Auswertung von 1995	34
4.8	Gravimetrische Schwerewerte der Defense Mapping Agency in Kolumbien	35
4.9	Empirische Kovarianzen und bestangepasste Kovarianzfunktion bei der Interpolation von Bouguer-Anomalien	38
4.10	Beispiel der Bereinigung der Daten der Erdölgesellschaften: Projekt GBCN84	39
4.11	Angewendete Korrekturen bei der Bereinigung der Daten der Erdölgesellschaft	40
4.12	Kreuzungspunktanalyse bei Fluggravimetrie: Amazonas-Regenwald Zone	42
4.13	Differenzen mittlerer Anomalien ( $2,5^\circ \times 2,5^\circ$ ) der globalen Schwerefeldmodelle TEG-4 und EIGEN-2	46
4.14	Lotabweichungen der Schwerefeldmodelle TEG-4 und EIGEN-2	47
4.15	Differenzen zwischen regionalen Anomalien und globalem Modell TEG-4	49
5.1	Kovarianzfunktionen bei der Interpolation von Bouguer- und Freiluft-Anomalien nach Molodenski	52
5.2	Regionale verfügbare Schwerewerte	53
5.3	Vergleich verschiedener Verfahren für die Abbildung verfeinerter Bouguer-Anomalien auf ein ( $2' \times 2'$ )-Gitter	56
5.4	Vergleich der terrestrischen Anomalien nach Molodenski mit den Meeresanomalien von Sandwell and Smith (1997)	57
5.5	Integrationszonen in der Berechnung der Geländereduktion	59
5.6	Geländereduktion in Kolumbien	60
6.1	Berechnung der residualen Anomalien („remove“-Schritt)	63
6.2	Das Quasigeoidmodell <i>QgeoCol2003</i>	68
7.1	Untersuchte Nivellementsschleifen	71
7.2	Widersprüche $\varepsilon = h - H^N - \zeta$ in einer Nivellementslinie	72

## Tabellenverzeichnis

3.1	Randwertbedingungen bei den Theorien von Stokes und Molodenski	17
4.1	Fehler in der Kalibrierungsfunktion der Worden Gravimeter	28
4.2	Maßstabsfaktoren für die Gravimeter W32B und W397	29
4.3	Statistische Eigenschaften der Subnetze der gravimetrischen Linien	32
4.4	Interpolation von Bouguer-Anomalien für die Bereinigung der Daten der Erdölgesellschaften: Projekt GBCN84	39
4.5	Kennzeichen der Schwerefeldmodelle EGM96, TEG-4 und EIGEN-2	45
4.6	Differenzen zwischen den Anomalien der Schwerefeldmodelle in Kolumbien	46
4.7	Differenzen zwischen Schwerefeldmodell- und regionalen Anomalien	47
5.1	Vergleich verschiedener Verfahren für die Abbildung verfeinerter Bouguer-Anomalien auf ein (2'x2')-Gitter	56
6.1	Anpassung der Höhenanomalien an die Differenz zwischen ellipsoidischen und Normalhöhen ( $\varepsilon = h - H^N - \zeta$ ) in Abhängigkeit vom Integrationsradius bei der Auswertung der Stokes-Formel	65
6.2	Vergleich des Quasigeoidmodells <i>QgeoCol2003</i> mit dem früheren <i>GeoCol2001</i> in Pegeln	67
6.3	Differenzen zwischen Geoidundulationen und Höhenanomalien	70

# 1 Einleitung

Durch die Einführung der modernen Satellitenbeobachtungsverfahren in die Landesvermessung wurden nicht nur die Messtechniken, sondern auch die Methoden und Grundlagen der Geodäsie betroffen, insbesondere die Referenzsysteme. Die Referenzsysteme und Auswertungsalgorithmen für die Satellitenbahnen und die terrestrischen Beobachtungsstationen müssen konsistent sein. Die Satellitenbahnen werden im Allgemeinen in dreidimensionalen geozentrischen kartesischen Koordinatensystemen berechnet. Deshalb sind auch die Ergebnisse für die Stationskoordinaten auf der Erdoberfläche primär in diesem System gegeben. Um diese in der klassischen Landesvermessung zu nutzen, kann für die horizontale Komponente (Breite  $-\varphi$ -, Länge  $-\lambda$ -) eine Transformation der Lagesysteme (Triangulations-, Trilaterationsnetze), die sich auf das Ellipsoid beziehen, geometrisch durchgeführt werden. Für die vertikale Komponente (Höhen) müssen physikalische Beziehungen hergestellt werden, da sich die klassischen Höhensysteme auf das Schwerefeld beziehen, die modernen (z.B. aus GPS-Messungen berechneten) aber geometrische Größen angeben.

Aus den dreidimensionalen kartesischen Koordinatensystemen lassen sich geometrische Höhen über dem Ellipsoid ableiten, während sich mit den konventionellen Nivellementsverfahren, in Verbindung mit gravimetrischen Reduktionen, physikalische Höhen (orthometrische oder Normalhöhen), die sich auf eine Äquipotentialfläche des Erdschwerefeldes (Geoid) oder eine naheliegende Fläche (Quasigeoid) beziehen, zu bestimmen sind. Die Kombination der modernen und klassischen Höhenbestimmungsmethoden erfordert die genaue Kenntnis der Beziehung zwischen den entsprechenden Referenzflächen, (d. h. Geoid bzw. Quasigeoid und Ellipsoid). Die Verbindungsglieder (Geoidhöhe bzw. Höhenanomalie) sind durch die Modellierung von messbaren Erdschwerefeldgrößen (z. B. Schwereanomalien, Lotabweichungen, Satellitenbahnstörungen) gravimetrisch bestimmbar.

Das Hauptziel dieser Arbeit ist die gravimetrische Bestimmung eines Geoid- bzw. Quasigeoid-Modells als Höhenreferenzfläche für Kolumbien. Es soll die Verbindung zwischen dem klassischen Höhensystem des Landes und den modernen Satellitenverfahren ermöglichen, um der Landesvermessung zu dienen und um einen Schritt zur Definition und Realisierung eines modernen vertikalen Referenzsystems voranzuschreiten.

Kapitel 2 der vorliegenden Arbeit beschreibt den aktuellen Stand der Höhenbestimmung, das offizielle Höhenreferenzdatum, das Nivellementsnetz und die bisher berechneten Geoid-Modelle in Kolumbien. Es wird auch festgestellt, dass die nivellierten Höhenunterschiede wegen des Erdschwerefeldinflusses nicht korrigiert sind, so dass die Berechnung geopotentieller Koten noch ein wichtiger Abschnitt dieser Arbeit ist.

Im Kapitel 3 wird eine Zusammenfassung des geodätischen Randwertproblems als grundlegendem Stoff für die Bestimmung des äußeren Erdschwerefeldes und des Quasigeoids bzw. Geoids gegeben. Es werden auch die klassische (Stokes Theorie) und die moderne (Molodenski Theorie) Lösung dieses Problems als Grundlage für die Berechnungen in dieser Arbeit präsentiert.

Da die Genauigkeit der gravimetrischen Lösungen (Geoid-, Quasigeoid-Modelle) von der Genauigkeit der Schweredaten direkt abhängt, werden im Kapitel 4 die vorhandenen Daten analysiert. Weil sie Fehler enthalten, wird eine neue Ausgleichung des kolumbianischen Gravimeternetzes 1. Ordnung und der gravimetrischen Linien durchgeführt. Diese wird als Basis zur Bereinigung der umfangreichen Schweredaten der Erdölgesellschaften angenommen, um einen homogenen regionalen terrestrischen Datensatz zu erstellen. Als Ergänzung dieses Absatzes werden auf den Seegebieten Schwereanomalien

aus Satellitenaltimetrie eingeführt. Das globale Niveau der regionalen Lösung wird durch ein globales Schwerefeldmodell definiert, deswegen wird in diesem Kapitel auch eine kurze Beschreibung der betrachteten Modelle (EGM96, TEG4, EIGEN2) gegeben.

Nach dieser detaillierten Beschreibung der verwendeten Daten behandelt Kapitel 5 die Berechnung von Schwereanomalien und ihre Interpolation in regelmäßige Gitterdaten. Da die kolumbianische Topographie durch sehr starke vertikale Gradienten charakterisiert ist, bildet dieses Kapitel einen zentralen Abschnitt der genauen Bestimmung des (Quasi-)Geoids. Deswegen werden hier auch die topographische Reduktion und das angewendete digitale Geländemodell im Detail betrachtet. Eine Zusammenstellung der verschiedenen Schwerereduktionen (-korrekturen) wird angegeben.

Kapitel 6 befasst sich mit der praktischen Bestimmung des Quasigeoids bzw. Geoids. Es zeigt die *Remove-Restore*-Technik als allgemeine Kombinationslösung zur gemeinsamen Behandlung von lokalen (regionalen) terrestrischen Schweredaten und einem globalen Schwerefeldmodell. Hierbei wird die Auswertung der im Kapitel 2 beschriebenen Formeln von Stokes and Molodenski in Zusammenhang mit den im Kapitel 4 betrachteten Schweredaten behandelt. Hier werden auch sämtliche Ergebnisse (Geoidhöhen und Höhenanomalien) zusammengestellt und ausführlich diskutiert.

Der Vergleich der gravimetrischen Geoid- und Quasigeoid-Modelle mit der Differenz zwischen ellipsoidischen Höhen aus Satellitenbeobachtungen und gravimetrisch korrigierten Nivellementshöhen wird im Kapitel 7 betrachtet. Hierbei wird auch eine detaillierte Beschreibung der Umwandlung der rein geometrischen (nivellierten) Höhenunterschiede in physikalische Größen (geopotentielle Koten, bzw. orthometrische oder Normalhöhen) gegeben.

Am Ende zeigt Kapitel 8 eine abschließende Diskussion der Ergebnisse mit Schlussfolgerungen und Erkenntnissen für die kommenden Aktivitäten. Dabei wird besonders eine vorläufige Möglichkeit zur Anwendung des berechneten Geoid- bzw. Quasigeoid-Modells in der Landesvermessung behandelt, bis die physikalischen Höhen offiziell in Kolumbien eingeführt werden.

## 2 Stand der Höhenbestimmung in Kolumbien

### 2.1 Vertikales Datum

Die 40er Jahre prägen den Anfang der stärksten geodätischen Aktivitäten in Kolumbien. Damals wurden 35 Laplace Stationen zum Zweck einer Definition und entsprechender Realisierung eines Lagedatums sowie 13 Schwerependelstationen als Bezug für die ersten gravimetrischen Messungen und 4 Meerespegel (Mareographen) für die Messung und Prädiktion des Meeresspiegels für Schifffahrt und die Festlegung eines vertikalen Datums für die Landesvermessung angelegt. Die 4 Pegel wurden durch den US Coast and Geodetic Service (USCGS) installiert, zwei an der Karibik (Cartagena [10,1°N, 75,0° W], Riohacha [11,0°N, 72,5° W] und zwei am pazifischen Ozean (Buenaventura [3,8°N, 77,0° W], Tumaco [2,8°N, 77,5° W]) (Abb. 2.1). Für die ersten Nivellementslinien (1950 bis 1957) wurde das mittlere Meeresniveau als Höhenbezug durch die ausgeglichenen Mittelwerte der Registrierungen in diesen 4 Pegeln wie folgt realisiert (IGAC, 1960):

Buenaventura-Pegel:	01.1942 bis 12.1951, 01. bis 12. 1955 und 01.1957 bis 08.1959
Cartagena-Pegel:	01.1949 bis 08.1959
Riohacha-Pegel:	01.1953 bis 12.1956 und 01. bis 12.1959
Tumaco-Pegel:	01.1953 bis 12.1959

Einige Jahre später wurde beobachtet, dass das Niveau des Pazifiks ~ 28 cm höher als das der Karibik war, und deswegen wurde entschieden, dass die Bezugsfläche für die nivellierten Höhen nur durch das in Buenaventura registrierte mittlere Meeresniveau realisiert werden soll (García y Cuervo, 1978).

Mit der Mittelung der Pegelregistrierungen konnten die zeitlichen Veränderungen (Meereszeiten, meteorologische, ozeanographische und wasserhaushaltsmäßige Schwankungen) des Meeresspiegel in guter Approximation eliminiert werden. Trotzdem wurden die nicht periodischen und säkularen Abweichungen sowie die örtliche Topographie der Meeresoberfläche (SSTop: Sea Surface Topography) nicht berücksichtigt. Bosch, et al. (2001) zeigen, dass die auf das Modell EGM96 (Earth Geopotential Model 1996, Lemoine et al., 1998) bezogene SSTop in Buenaventura +61 cm erreichen kann. Durch Einführung eines lokalen Geoid-Modells als Bezugsfläche ergibt sich die örtliche SSTop zu -42 cm (Sánchez and Drewes, 2001). Auch ohne eine Diskussion der Unsicherheiten dieser Abschätzungen zeigt sich, dass der Widerspruch zwischen beiden Realisierungen des als vertikale Bezugsfläche ausgewählten Meeresniveaus den Meter-Bereich erreichen kann.

### 2.2 Nivellementsnetze

Das Höhenfestpunktfeld in Kolumbien wurde seit 1950 durch das Geographische Institut IGAC (Instituto Geográfico Agustín Codazzi) gemäß den technischen Standards des IAGS (Interamerican Geodetic Service) entlang der Autostraßen aufgebaut. Dafür wurden drei Genauigkeitsmaße definiert:

**Nivellementsnetz 1.** Ordnung: Es enthält die grundlegenden Schleifen, deren Durchmesser mit ~100 km definiert wurden. Die entsprechenden Nivellements wurden als Feinnivellements durchgeführt. Die Linien 1. Ordnung führen über geologisch stabile Gebiete und ihre Punkte wurden durch Granitpfeiler oder Höhenbolzen vermarktet. Der Abstand zwischen benachbarten Punkten variiert von 1,2 km in

Gebirgszonen bis 2,5 km in der Ebene. Die Differenzen zwischen Hin- und Rückmessungen einer Strecke sollten einen mittleren Fehler kleiner als  $\pm 4 \text{ mm } \sqrt{s} \text{ [km]}$  einhalten.

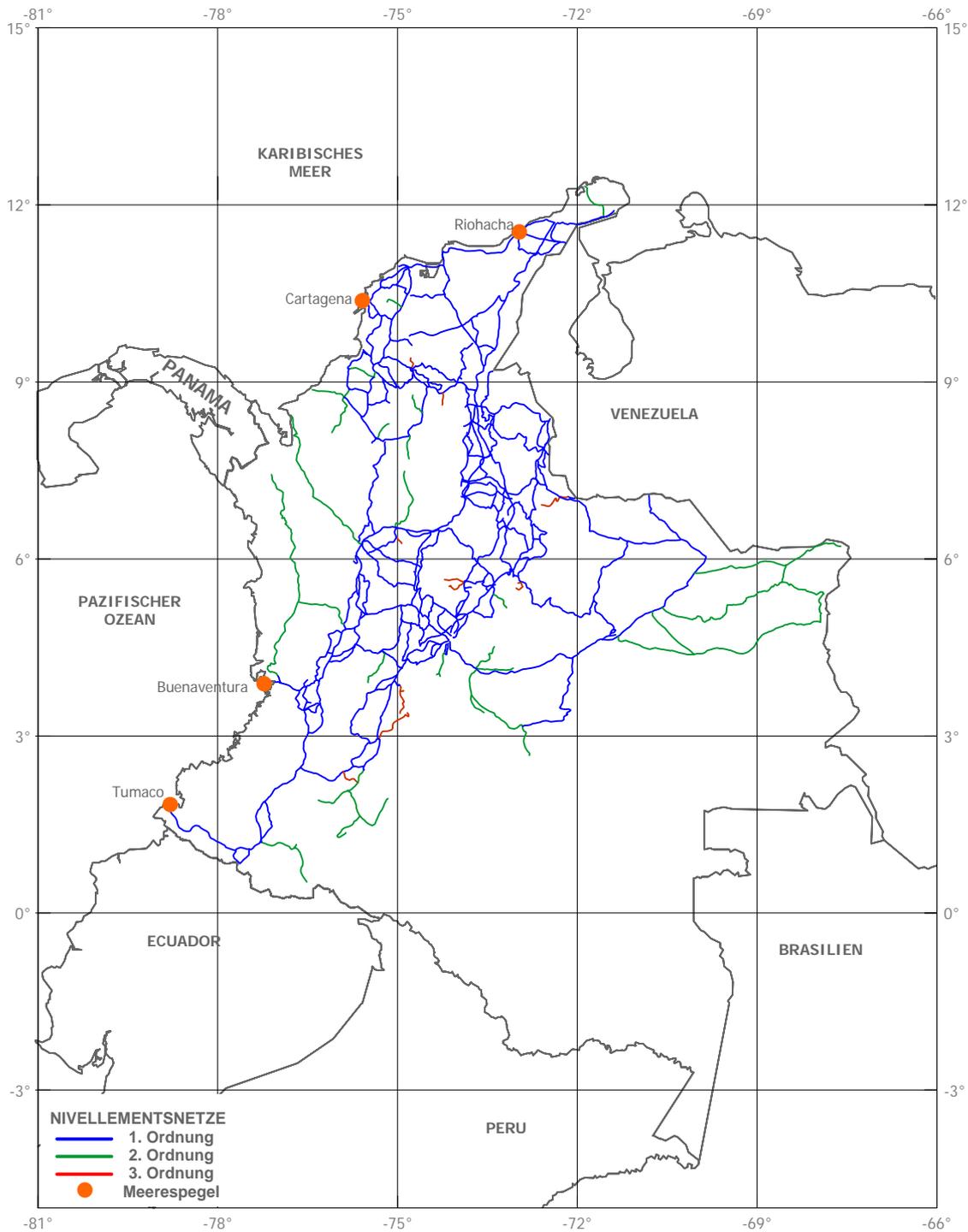


Abbildung 2.1 Nivellementsnetze und Meerespiegel in Kolumbien

**Nivellementslinien 2. Ordnung:** Sie sollten das Höhenfestpunktfeld regelmäßig verdichten, um Höhenbezugspunkte für die Landesvermessung in mittleren und kleinen Städten zu schaffen. Die Differenzen zwischen Hin- und Rückmessungen sollten um  $\pm 8 \text{ mm } \sqrt{s} \text{ [km]}$  liegen. Diese Klassifizierung

wurde auch für Schleifen, die durch Feinnivellements in nur einer Richtung (ohne Rückweg) gemessen wurden, eingeführt.

**Nivellementslinien 3. Ordnung:** Sie sollten die Netze 1. und 2. Ordnung für Anwendungen niedriger Genauigkeit verdichten. Die maximalen Längen der entsprechenden Linien wurden mit weniger als 50 km definiert. Der Schlussfehler sollte nicht mehr als  $\pm 12 \text{ mm} \sqrt{s} \text{ [km]}$  erreichen.

Zur Zeit enthalten alle Linien zusammen mehr als 20000 Nivellementsunkte entlang 26000 km (Abb. 2.1). Da die Genauigkeit der nivellierten Höhen die Anforderungen der Kartographie erfüllte, wurde der Effekt des Erdschwerefeldes vernachlässigt; das heißt, die aktuellen (offiziellen) Höhen sind rein geometrische Höhenunterschiede ohne gravimetrische Reduktionen, die in Nivellementsziügen als Höhenetze ausgeglichen wurden. Die benutzten (offiziellen) Höhen wurden Linie für Linie durch den IAGS ausgeglichen. Die einzige gesamte Ausgleichung der Schleifen wurde 1985 in Washington durchgeführt. Neue Beobachtungen wurden nachher als ausgeglichene Linien eingeschaltet. Die 1985-Ausgleichung zeigt, dass die Korrekturen pro Kilometer zwischen 3 mm und 15 mm liegen. Da der Einfluss des Erdschwerefeldes auf das Nivellement als Beobachtungsfehler angenommen wird, sind diese großen Werte erklärbar. In diesem Sinne ist es auch unmöglich, die aktuellen Höhen direkt in physikalische Höhen zu transformieren, sondern man muss die original gemessenen Höhenunterschiede und Schwerewerte gemeinsam verarbeiten.

Die Verdichtung und Ausbreitung der Nivellementslinien folgt keiner logischen Ordnung. Anfangs- und Endpunkte der Linien entsprechen keinen definierten Knoten, sondern Zwischenpunkten der schon gemessenen Linien; deswegen erfordert ihre Ausgleichung als Netz eine detaillierte Untersuchung der Feldbücher. Die Sequenz der Nivellementslinien wurde weder regelmäßig noch systematisch geplant, daher enthalten die Schleifen gemessene Höhenunterschiede mit Zeitdifferenzen bis zu 40 Jahren. Die mehrmals nivellierten Höhenunterschiede, bzw. Linien, weisen Differenzen von vielen Zentimetern zwischen zwei verschiedenen Messkampagnen auf. Die Ursachen solcher Differenzen können entweder Messfehler oder vertikale Bewegungen der Erdkruste sein, aber diese Klassifizierung ist nicht klar.

Zusätzliche Probleme bestehen durch die starke Topographie Kolumbiens (z. B. Höhenvariationen zwischen 0 und 5000 m auf horizontalen Distanzen von 200 km), die Tatsache, dass mehr als 30% des Landes durch Regenwald abgedeckt ist, und die Folge, dass die vertikalen Kontrollnetze über das Land nicht regelmäßig verteilt sind. Diese Situation und die sehr hohen Kosten der klassischen Nivellements verstärken die Anwendung der Satellitenpositionierung in der Höhenbestimmung, deren geometrische Genauigkeit im Zentimeter-Bereich auch präzise hochauflösende (Quasi-) Geoid-Modelle erfordert, um sie mit den physikalischen Höhen kombinieren zu können.

## 2.3 Höhenbezugsflächen

Die Bestimmung von lokalen Geoid-Modellen in Kolumbien begann 1962, als die oben genannten Laplace Stationen und andere zusätzliche astronomische Punkte für eine astrogeodätische Geoid-Berechnung angewendet wurden. Da das astronomische Nivellement die Integration der Lotabweichungen zwischen den Punkten erfordert, wurden verschiedene Methoden für die Interpolation dieser Lotabweichungen geübt. Die aus astronomischen Messungen berechneten Lotabweichungen wurden mit denen aus gravimetrischen Daten verglichen und eine kombinierte Karte mit Hilfe von isostatischen Anomalien für die Interpolation erstellt. Die Genauigkeit der prädierten Lotabweichungen liegt um  $\pm 2''$  in Gebirgen und  $\pm 6''$  in der Ebene. Da die berechneten Lotabweichungen sich auf das lokale Datum (Bogota: Hayford Ellipsoid,  $\Delta X = 307 \text{ m}$ ,  $\Delta Y = 304 \text{ m}$ ,  $\Delta Z = -318 \text{ m}$ ) beziehen, sind die

Geoidhöhen relativ; ihre Beträge liegen zwischen +25 m im Norden und -60 m im Osten. Unglücklicherweise wurden diese Berechnungen nur als wissenschaftliche Neugierde angesehen, und die fehlende praktische Anwendung der Ergebnisse hat diese Aktivität für mehrere Jahre im Schatten der kolumbianischen Geodäsie gelassen.

Das nächste Geoid-Modell wurde 1988 durch DMA (*Defense Mapping Agency*, heute *National Imagery and Mapping Agency* –NIMA-) angegeben. Es bezog sich auf das WGS84, aber die Geoidhöhen wurden umgeformt, um *Kompatibilität* mit dem Datum Bogota zu haben (DMA, 1988). Die Beträge dieses Modells liegen zwischen -20 m und +24 m in den Anden; in der östlichen Savanne des Landes und im Regenwald erreichen sie -90 m. Wegen dieser großen Variation wurde seine Verwendung abgelehnt.

Die Bestimmung des Geoids in Kolumbien holte neuen Atem als die Satellitenpositionierung ins Land kam. Seit 1993 werden verschiedene Lösungen für das Geoid durch IGAC berechnet. Die Differenzen liegen hauptsächlich an den (gravimetrischen und topographischen) Eingangsdaten für die Bestimmung des lokalen Anteils. Das erste Modell wandte aus Bouguer-Anomalien (Kellogg et al., 1983) gemäß Tsuboi (1983) berechnete isostatische Anomalien an, um das Stokessche Integral mit einer modifizierten Stokesschen Funktion auszuwerten. Die auf das WGS84-Ellipsoid (DMA, 1988) bezogenen Geoidundulationen variieren zwischen -15 m und +15 m. Da die berechneten isostatischen Anomalien empirisch ohne eine klare isostatische Hypothese berechnet wurden und da in diesem Modell der gravimetrische Effekt des Geländes, der in Kolumbien bis zu  $1000 \mu\text{ms}^{-2}$  erreichen kann, nicht berücksichtigt wurde, enthält es langwellige Fehler bis zu 10 m (Sánchez, et al., 1995).

Für das nächste Modell wurden ungefähr 90000 Schwere- und Anomalienwerte aus globalen Datenbanken (BGI, NOAA, University of Texas, DMA) gesammelt. Sie überdeckten etwa 60% Kolumbiens und benachbarter Zonen bis zu  $5^\circ$  Umkreis. Im Meeresbereich wurden Schwereanomalien aus Schiffmessungen benutzt.  $10' \times 10'$  mittlere Freiluft-Anomalien wurden auf dem GRS80-Ellipsoid (Moritz, 1980a) berechnet, aber es war unmöglich, eine richtige Bewertung der Datenqualität vorzunehmen (Sánchez, et al. 1998). Für den lokalen Geoidanteil wurde die Stokessche Formel durch numerische Integration von drei Zonen um die geschätzten Punkte angewendet: innere Zone bis  $10'$  mit Anomalien durch Polynomannpassung 6. Grades, mittlere Zone bis  $1^\circ$  mit mittleren Anomalien  $10' \times 10'$ , äußere Zone bis  $2,5^\circ$  mit  $30' \times 30'$ -Anomalien. Als globaler Anteil wurde das Modell EGM96 (Lemoine, et al., 1998) angenommen. Die Ergebnisse zeigen Geoidhöhen zwischen  $-22$  m und  $+24$  m mit relativer Genauigkeit um  $\pm 80$  cm, aber mit langwelligen Fehlern bis zu 3 m (Sánchez, et al., 1999).

Obwohl der terrestrische gravimetrische Datensatz nicht verbessert werden konnte, wurde ein neues Modell nach der Theorie von Molodenski bestimmt. Zuerst wurde die Interpolation der Schwerenanomalien mit verfeinerten Bouguer-Anomalien durchgeführt, das bedeutet, dass die Geländereduktion berücksichtigt wurde. Dafür wurde das Model ETOPO5 (NOAA, 1988) angewendet. Zweitens wurde das Stokes-Integral mit Faye-Anomalien (Freiluft Anomalie plus Geländereduktion, die letzte als Approximation des G1-Terms von Molodenski) berechnet; als Ergänzung wurden auf den Seegebieten aus Satellitenaltimetrie berechnete Schwereanomalien (Sandwell and Smith, 1997) eingeführt. Schließlich wurde der lokale Anteil des Modells durch Spektralanalyse (FFT) berechnet. Dafür wurde die Software GRAVSOF (Tscherning, et al., 1992) angewendet. Ein wichtiger Aspekt ist der Vergleich von gravimetrischen Höhenanomalien mit nivellierten und ellipsoidischen Höhen, aber gemäß Abschnitt [2.2] ist dieser Vergleich nur im Küstenbereich sinnvoll. Die Ergebnisse zeigen Höhenanomalien von  $-30$  m bis zu  $+30$  m, deren Relativgenauigkeit zwischen  $\pm 0,18$  m und  $\pm 0,38$  variiert (Martínez and Sánchez, 2001).

Dieses Quasigeoid-Modell wurde mit einem durch das nationale Nivellementsnetz und digitalisierte Kartographie verbesserten Gelände-Modell erneut berechnet und auf die benachbarten Länder ausgebreitet, um die Konsistenz der entsprechenden klassischen Höhensysteme zu überprüfen (Sánchez, 2001). Obwohl das Modell eine gute Konsistenz im Küstenbereich zeigt, bleiben noch systematische Fehler, die durch mögliche Widersprüche in den benutzten gravimetrischen Datensätze erzeugt werden können. Deswegen erfordert eine neue Bestimmung des Geoids bzw. Quasigeoids in Kolumbien eine grundsätzliche Bereinigung der ursprünglichen gravimetrischen Daten, ein Ziel, das mit dieser Arbeit erreicht werden soll.



Das Telluroid ( $\Sigma$ ) ist eine punktweise definierte Fläche, deren Punkte  $Q$  jeweils den Wert des Normalpotentials  $U_Q$  haben, der gleich dem tatsächlichen Schwerepotential  $W_P$  im zugeordneten Punkt  $P$  auf der Erdoberfläche ist. Die Verbindung zwischen den Punkten  $P$  und  $Q$  ist durch die Ellipsoidnormale durch  $P$  definiert. Der entsprechende Abstand  $\zeta$  wird Höhenanomalie genannt. Die Normalhöhe  $H^N$  ist zwischen  $Q$  und  $Q_0$  definiert. Wird  $H^N$  von der Erdoberfläche aus entlang der Ellipsoidnormalen nach unten abgetragen, so ergibt sich punktweise das Quasigeoid, das keine direkte physikalische Bedeutung hat. Die durch  $W = W_0$  definierte Äquipotentialfläche stellt das Geoid dar. Der Abstand zwischen  $P_0$  und  $Q_0$ , gemessen entlang der Ellipsoidnormalen durch  $P_0$ , ist die Geoidundulation  $N$ . Der Abstand zwischen  $P_0$  und  $P$ , gemessen entlang der tatsächlichen Lotlinie, ist die orthometrische Höhe  $H^O$ .

Die Zusammenhänge und Randwertbedingungen (Funktionen der Beobachtungen) in sphärischer Approximation sowohl für die Stokes- als auch für die Molodenski-Theorie sind in der Tabelle 3.1 zusammengefasst (u.a.. Heiskanen and Moritz, 1967; Kuhn, 2000; Torge, 2001).

**Tabelle 3.1** Randwertbedingungen bei den Theorien von Stokes und Molodenski

Theorie von Stokes	Theorie von Molodenski
Außerhalb des Geoids befinden sich keine Massen (Randfläche)	Randfläche ist die physische Erdoberfläche.
Geoidhöhe (Theorem von Bruns): $N = \frac{1}{\gamma_0} T_{Q_0} \quad (3.2 \text{ a})$	Höhenanomalie, Quasigeoidhöhe (Theorem von Bruns): $\zeta = \frac{1}{\gamma_Q} T_Q \quad (3.2 \text{ b})$
Lotabweichungskomponente nach Helmert: $\xi^H$ (Nord-Süd): $\xi^H = \Phi_{P_0} - B_{Q_0} = - \frac{1}{r\gamma} \frac{\partial T}{\partial \varphi} \Big _{Q_0}$ $\eta^H$ (Ost-West): $\eta^H = (L_{P_0} - \lambda_{Q_0}) \cos B_{Q_0} = - \frac{1}{r\gamma \cos \varphi} \frac{\partial T}{\partial \lambda} \Big _{Q_0}$ ( $\Phi, \Lambda$ ) = astronomische, ( $B, L$ ) = geodätische, ( $\varphi, \lambda$ ) = Kugelkoordinaten	Lotabweichungskomponente nach Molodenski: $\xi^M$ (Nord-Süd) : $\xi^M = \Phi_P - B_Q = - \frac{1}{r\gamma} \frac{\partial T}{\partial \varphi} \Big _Q$ $\eta^M$ (Ost-West): $\eta^M = (\Lambda_P - L_Q) \cos B_Q = - \frac{1}{r\gamma \cos \varphi} \frac{\partial T}{\partial \lambda} \Big _Q$ ( $\Phi, \Lambda$ ) = astronomische, ( $B, L$ ) = geodätische, ( $\varphi, \lambda$ ) = Kugelkoordinaten
Auf dem Geoid definierte Schwereanomalie: $\Delta g_0 = g_0 - \gamma_0 = - \frac{\partial T}{\partial r} \Big _{Q_0} - \frac{2}{r} T_{Q_0} \quad (3.4a)$ $g_0$ = Schwere auf dem Geoid	An der Erdoberfläche definierte Schwereanomalie: $\Delta g = g - \gamma_Q = - \frac{\partial T}{\partial r} \Big _Q - \frac{2}{r} T_Q \quad (3.4b)$ $g$ = Schwere auf der Erdoberfläche

### 3.1 Theorie von Stokes

Im Rahmen der Stokesschen Theorie kann (3.1) wie folgt ausgedrückt werden:

$$T - \frac{1}{2\pi} \iint_E \left[ \frac{\partial}{\partial h} \left( \frac{1}{l} \right) - \frac{1}{\gamma} \frac{\partial \gamma}{\partial h} \frac{1}{l} \right] T dE = \frac{1}{2\pi} \iint_E \frac{\Delta g_0}{l} dE \quad (3.5)$$

Hier treten die folgenden Approximationen auf:

$$dS = dE; \quad \frac{\partial}{\partial n} = \frac{\partial}{\partial h}; \quad \frac{\partial T}{\partial n} = \frac{\partial T}{\partial h} = -\Delta g + \frac{1}{\gamma} \frac{\partial \gamma}{\partial h} T \quad (3.6)$$

In sphärischer Approximation wird die Lösung von (3.5) durch die Integralformel von Stokes gegeben:

$$T_0 = \frac{R}{4\pi} \iint_{\sigma} \Delta g_0 S(\psi) d\sigma; \quad N = \frac{T_0}{\gamma} \quad (3.7)$$

Die Integration wird über der Einheitskugel  $\sigma$  mit dem Flächenelement  $d\sigma = \cos \varphi d\lambda d\varphi$  ausgeführt.  $S(\psi)$  ist die Stokessche Funktion:

$$S(\psi) = \frac{1}{\sin(\psi/2)} - 6 \sin \frac{\psi}{2} + 1 - 5 \cos \psi - 3 \cos \psi \ln \left( \sin \frac{\psi}{2} + \sin^2 \frac{\psi}{2} \right) \quad (3.8)$$

mit  $\cos \psi = \cos \theta \cos \theta' + \sin \theta \sin \theta' \cos(\lambda' - \lambda)$

Da die Messungen von  $g$  an der Erdoberfläche und nicht, wie es die Theorie vorsieht, als  $g_0$  auf dem Geoid erfolgen, ergeben sich die Aufgaben der „Regularisierung“ der Erde und der „Reduktion“ der Schwere. Die erste Aufgabe besteht in der Ermittlung der Korrekturen für die gemessene Schwere, nach deren Einführung die korrigierte Schwere und ihr Potential reguläre Funktionen nicht nur außerhalb der Erdoberfläche, sondern bis an das Geoid heran werden. Zur Lösung dieser Aufgabe wird in jedem Punkt der Schwermessung die Anziehung aller über dem Geoid liegenden Massen berechnet. Die so korrigierte Schwere ist dann auf das Geoid der regularisierten Erde (Regularisiertes Geoid oder Co-Geoid, [Abb. 3.1]) zu reduzieren.

Die Reduktionsaufgabe bezieht sich nicht nur auf die Größe der Schwere, sondern auch auf ihre Richtung. Beide Aufgaben erfordern die genaue Kenntnis der Massendichte  $\rho$  zwischen der Erdoberfläche und dem Geoid. Da  $\rho$  im Allgemeinen nicht exakt bekannt ist, muss das Geoid mit der Einführung von Dichtehypothesen gelöst werden. Je nach gewählter Hypothese ergeben sich somit verschiedene Werte für die Randwertbedingungen (3.2a), (3.3a) und (3.4a); demzufolge eine verschiedene Geoidlösung. Der Abstand zwischen Geoid und Co-Geoid wird indirekter Effekt  $\delta N$  genannt. Er stellt die Deformation des Geoids wegen der Änderung des tatsächlichen Gravitationspotentials  $W$  der Erde durch die Berücksichtigung der topographischen Massen in den Regularisierungs- und Reduktionsaufgaben dar.

### 3.2 Theorie von Molodenski

Im Rahmen der Theorie von Molodenski wird (3.1) durch die Telluroidfläche linearisiert. Die auf die Flächennormale des Telluroids bezogene Normalableitung  $\partial T/\partial n$  des Störpotentials ergibt sich aus der Richtungsableitung entlang der Ellipsoidnormalen unter Berücksichtigung der Lotabweichungen nach Molodenski und der Geländeneigung. Sie lautet (Kuhn, 2000):

$$\frac{\partial T}{\partial n} = \left[ -\Delta g + \frac{1}{\gamma} \frac{\partial \gamma}{\partial n} T + \gamma (\xi \tan \beta_1 + \eta \tan \beta_2) \right] \cos \beta \quad (3.9)$$

mit  $\tan \beta_1 = \frac{\partial h}{\partial x}$ ,  $\tan \beta_2 = \frac{\partial h}{\partial y}$ ,  $\tan^2 \beta = \tan^2 \beta_1 + \tan^2 \beta_2$

$\beta_1$  ist die Geländeneigung in Nord-Süd Richtung (x-Achse des lokalen Koordinatensystems),  $\beta_2$  ist die Geländeneigung in Ost-West Richtung (y-Achse des lokalen Koordinatensystems) und  $\beta$  ist die maximale Geländeneigung. Die z-Achse des lokalen Koordinatensystems zeigt in die Richtung der lokalen Ellipsoidnormalen. Als Folge kann (3.1) geschrieben werden als

$$T - \frac{1}{2\pi} \iint_{\Sigma} \left[ \frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{1}{l} \right) - \frac{1}{\gamma} \frac{\partial \gamma}{\partial h} \frac{\cos \beta}{l} \right] T d\Sigma = \frac{1}{2\pi} \iint_{\Sigma} \frac{1}{l} \left[ \Delta g - \gamma (\xi^M \tan \beta_1 + \eta^M \tan \beta_2) \right] \cos \beta d\Sigma \quad (3.10)$$

In sphärischer Approximation ergibt sich als Lösung (u. a. Magnizki et al., 1964):

$$T = \frac{R}{4\pi} \iint_{\Sigma} (G_0 + G_1 + \dots) S(\psi) d\sigma \quad (3.11)$$

mit den ersten Reihengliedern:

$$G_0 = \Delta g \quad (3.12)$$

$$G_1 = \frac{R^2}{2\pi} \iint_{\sigma} \frac{h - h_p}{l_0^3} \left( \Delta g + \frac{3G}{2R} \zeta_0 \right) d\sigma \approx \frac{R^2}{2\pi} \iint_{\sigma} \frac{h - h_p}{l_0^3} \Delta g d\sigma \quad (3.13)$$

mit  $l_0 = 2R \sin \frac{\psi}{2}$

$G$  bezeichnet die allgemeine Gravitationskonstante mit dem Wert  $G = 6,672 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ . Unter der Voraussetzung, dass die Schwereanomalie linear von der Höhe abhängt, kann  $G_1$  (3.13) als die Geländereduktion mit konstanter Dichte angenommen werden (Magnizki et al. 1964, Heiskanen and Moritz, 1967). Das heißt:

$$G_1 = \frac{1}{2} G \rho R^2 \iint_{\sigma} \frac{(h - h_p)}{l_0^3} d\sigma \quad (3.14)$$

Die Theorie von Molodenski ermittelt eine direkte Lösung des Randwertproblems auf der physischen Erdoberfläche ohne Hypothesen über die Massenverteilung der Erde.

Durch das Theorem von Bruns (3.2) ergibt sich die Höhenanomalie aus (3.11), (3.12) und (3.14):

$$\zeta = \frac{T}{\gamma} = \frac{R}{4\pi\gamma} \iint_{\sigma} \Delta g S(\psi) d\sigma + \frac{R}{4\pi\gamma} \iint_{\sigma} G_1 S(\psi) d\sigma \quad (3.15)$$

Ein Vergleich von (3.7) und (3.15) zeigt, dass die klassische Theorie von Stokes die Lösung von Molodenski in ersten Näherung approximiert.

### 3.3 Zur praktischen Berechnung

Im Bereich der Ozeane ( $H^O = H^N = 0$ ) fallen Geoid und Quasigeoid zusammen. Dort werden sie durch die Äquipotentialfläche des Erdschwerefeldes realisiert, die mit der ungestörten Oberfläche der Ozeane (Gleichgewichtszustand des frei beweglichen, homogenen, zeitunabhängigen und nur der Erdschwerkraft unterworfenen Meerwassers) zusammenfällt. Im Bereich der Kontinente (Festland) unterscheiden sie sich durch (Heiskanen und Moritz, 1967):

$$N - \zeta = \frac{\bar{g} - \bar{\gamma}}{\bar{\gamma}} H^O = H^N - H^O \quad (3.16)$$

$\bar{g}$  ist der Mittelwert der wahren Schwere längs der Lotlinie zwischen dem Geoid und dem betrachteten Punkt auf der Erdoberfläche.  $\bar{\gamma}$  ist der Mittelwert der Normalschwere längs der normalen Lotlinie zwischen dem Ellipsoid und dem Telluroid, oder hinreichend zwischen dem Quasigeoid und dem betrachteten Punkt auf der Erdoberfläche. Das Glied  $\bar{g} - \bar{\gamma}$  entspricht in guter Näherung der Bouguer-Anomalie. Mit Hilfe von (3.16) ist es möglich, das Geoid in das Quasigeoid (oder umgekehrt) umzuformen (Rapp, 1997a). Deswegen werden die folgenden Bemerkungen allgemein ohne weitere Unterscheidung zwischen Geoid und Quasigeoid gegeben.

Die Bestimmung des Geoids ist das Hauptproblem der Geodäsie. Zur Lösung dieses Problems wurden verschiedene Methoden entwickelt, die zu einem einheitlichen Ergebnis führen sollen:

- Die astrogeodätischen Verfahren, die durch geometrische Methoden die Richtung des Schwerevektors analysieren, erlauben die Bestimmung von relativen Geoidhöhen (Differenzen zu einem Ausgangspunkt) in diskreten Punkten (z. B. astronomisches Nivellement, Theorem von Villarceau, s. z. B. Torge, 1975); ihre absolute Orientierung hängt von der genauen Kenntnis des lokalen geodätischen Datums ab.
- Die gravimetrischen Methoden, die durch Potentialtheorie den Betrag des Schwerevektors analysieren (Abschnitt [3.1] und [3.2]), dienen zur Bestimmung von absoluten Geoidundulationen (bezogen auf ein geozentrisches Ellipsoid), deren Haupterfordernis die Verfügbarkeit von Schweredaten auf der gesamten Erdoberfläche ist.
- Die geometrische Methode, die auf Höhenbestimmung aus Satellitenverfahren (ellipsoidische Höhen  $-h-$ ) und geometrischem Nivellement (physikalische Höhen  $-H-$ ) beruht, ermittelt die Geoidundulation durch die Beziehung  $N = h - H$ .

- Die dynamische (oder Bahn-) Methode, die die Abweichung der tatsächlichen Satellitenbahnen von der ungestörten Bewegung (sechs Keplersche Bahnelemente) künstlicher Satelliten analysiert, nimmt die Satelliten als Sensoren des Erdschwerefeldes an, und führt zur Darstellung des Gravitationspotentials  $V$  in Kugelfunktionen mit Koeffizienten bis zu einem maximalen Grad  $n$ , der einer kürzesten räumlichen Wellenlänge ( $360^\circ/n$ ) entspricht. Das Geoid wird dann durch den Vergleich von  $V$  mit dem Normalschwerepotential  $U$  des Bezugsellipsoids berechnet.
- Die Satellitenaltimetrie, die sich auf die durch Radaraltimetermessungen gewonnene Höhe  $a$  des Satelliten über der Meeresoberfläche bezieht, gibt nach gewissen Auswertungen die Abweichung  $H^*$  zwischen dem Geoid und der mittleren Meeresoberfläche (Meeresoberflächentopographie, *Sea Surface Topography -SSTop-*). Durch Einführung eines Referenzellipsoids können die Geoidhöhen im Bereich der Ozeane nach  $N = h_{sat} - a - H^*$  bestimmt werden (Seeber, 1989).
- Zwei wichtige Alternativen, die mit den neuen Satelliten-Schwerefeld-Missionen durchgeführt werden, sind die Messungen zwischen zwei Satelliten (*satellite to satellite tracking*) und die Satellitengradiometrie (*satellite gravity gradiometry*). Im ersten Fall werden Entfernungsänderungen zwischen zwei Satelliten mit sehr hoher Genauigkeit gemessen, die sich in die ersten Ableitungen des Schwerenpotentials umformen lassen; dazu dienen die Missionen CHAMP (*Challenging Mini-Satellite Payload for Geophysical Research and Application*) und GRACE (*Gravity Recovery and Climate Experiment*) (Reigber, et al., 2000). Im zweiten Fall werden die 2. Ableitungen des Schwerenpotentials (Schweregradienten) direkt gemessen, dafür wird die Satellitengradiometriemission GOCE (*Gravity Field and Steady-State Ocean Circulation Explorer*) entwickelt (Müller, 2001).

Jede genannte Methode produziert unabhängige Datensätze, die gewisse spektrale Anteile des Schwerefeldes darstellen. Die aus Satellitenbahnanalyse in Kugelfunktionen entwickelten Schwerefeldmodelle liefern im langwelligen Bereich ( $n \leq 36$ ) zuverlässige Informationen. Die gravimetrischen, geometrischen und astrogeodätischen Verfahren ergeben hochauflösende Kugelfunktionsmodelle ( $n \leq 180 \dots 360$ ), deren Genauigkeit eine Funktion der Qualität und Verteilung der Daten ist. Hier treten insbesondere die Fehlereinflüsse wegen der unterschiedlich definierten Höhensysteme, die in die Reduktion der terrestrischen Schweredaten benutzt werden, auf. Eine Beseitigung (bzw. Minimierung) dieser Widersprüche im globalen Maßstab ist durch die neuen Satellitenmissionen (CHAMP, GOCE, GRACE) möglich. Die Satellitenaltimetrie erlaubt eine hochauflösende Schwerefelddarstellung nur im Meeresbereich.

Im lokalen und regionalen Bereich sollen die globalen Lösungen so verdichtet werden, dass die (aus Topographie und Dichtedaten) kurz- und ultrakurzwelligen Anteile ( $n \geq 180$ ) eingeschlossen werden. Dafür ist die Kombination von Schwerefeldmodellen und lokalen terrestrischen Schweredaten anzuwenden. Isolierte Analysen durch die oberen Methoden führen nicht zu einer höheren Genauigkeit ( $\sim \pm 1$  cm) des Geoids. Eine Kombinationslösung durch die optimale Verarbeitung dieser verschiedenen Ansätze ist notwendig [s. Abschnitt 6.1].

## 4 Vorhandene Schweredaten und ihre Aufbereitung

### 4.1 Gravimetrisch - terrestrisch

#### 4.1.1 Schwerereferenzdaten in Kolumbien

Die Schweremessungen für die Festlegung eines gravimetrischen Bezugssystems in Kolumbien begannen 1942 als der IAGS relative Pendelmessungen ( $\pm 10 \dots 50 \mu\text{ms}^{-2}$ ) auf 13 Punkten für die Erdölexploration durchgeführt hat. Diese im Potsdamer Schweresystem bestimmten Stationen dienten 1958 als Referenzpunkte für die Einrichtung eines Grundnetzes (RED58) mit 53 Punkten (Abb. 4.1), die durch relative Messungen mit Worden-Gravimetern ( $\pm 1 \mu\text{ms}^{-2}$ ) beobachtet wurden. Die RED58-Stationen dienten als Anschlusspunkte für die gravimetrischen Linien, die auf den Nivellementspunkten gemessen wurden.

Zwischen 1970 und 1971 wurden im Rahmen des *International Gravity Standardization Network 1971* (IGSN71) und seiner Verdichtung in Lateinamerika (*Latin American Gravity Standardization Network 1977*, -LAGSN77-) eine Absolutstation nach der Frei-Fall-Methode in Bogota (Hammond and Faller, 1971) und mehr als 70 Punkte mit LaCoste & Romberg- Gravimetern ( $\pm 0,1 \mu\text{ms}^{-2}$ ) gemessen (Morelli, et al., 1974; McConnell, et al., 1979). Von diesen Stationen fielen 30 mit RED58-Punkten zusammen (Abb. 4.1). Trotz der Empfehlung der Internationalen Union für Geodäsie und Geophysik (IUGG) in Moskau 1971 für die Annahme des IGSN71 als gravimetrisches Bezugssystem (s. z. B. Torge, 1989), hat die Landesvermessung in Kolumbien ihre Schweremessungen weiter auf die alten Werte von 1958 bezogen und ausgewertet.

Eine neue Zeit der gravimetrischen Daten Kolumbiens begann 1993 als der gesamte Datensatz evaluiert wurde, um ein gravimetrisches Geoid-Modell zu bestimmen. Die Schlussfolgerungen dieser Evaluierung führten zur neuen Definition und Festlegung des nationalen Schwerebezugssystems und die Aktualisierung (neue Berechnung) der gravimetrischen Linien. Da 30 RED58-Punkte mit IGSN71 bzw. LAGSN77-Stationen zusammenfielen, war es möglich diese Aktualisierung durchzuführen; dafür wurden die IGSN71 bzw. LAGSN77-Schwerewerte als Referenz angenommen und die gravimetrischen Linien wurden Schleife für Schleife wieder ausgewertet (Sánchez, 1996). Dieser Datensatz diente dann als Grundlage für die Bereinigung der zusätzlichen Schweredaten in der Geoidbestimmung [Abschnitt 2.3]. Obgleich mit diesem Verfahren der systematische Fehler des Potsdamer Systems ( $\sim 150 \mu\text{ms}^{-2}$ , z. B. Torge, 1989) in den gravimetrischen Linien eliminiert wurde, enthielten die neu berechneten Werte Widersprüche bis zu  $\pm 40 \mu\text{ms}^{-2}$  [s. 4.1.3], deren Hauptgründe sind:

- Die IGSN71-Werte wurden einfach auf die gemeinsamen Stationen des RED58 übertragen. Das gesamte RED58-Netz wurde jedoch nicht wieder streng ausgeglichen, sondern die Schwerewerte der alten Punkte, die nicht während der IGSN71 bzw. LAGSN77-Messkampagne beobachtet worden waren, wurden nur durch die Summe der Schwereunterschiede entlang der gravimetrischen Verbindungslinien berechnet. So blieben die Fehler der Pendelmessungen enthalten.
- In der neuen Berechnung der gravimetrischen Linien wurden die Maßstabsfaktoren der Messgeräte als 1 vorausgesetzt. Hier ist zu sagen, dass zwischen 1968 und 1980 Worden-Gravimeter benutzt wurden, ab 1980 nur LaCoste & Romberg. Die Verteilung der Beobachtungen entspricht 75% mit Worden und 25% mit LaCoste & Romberg.

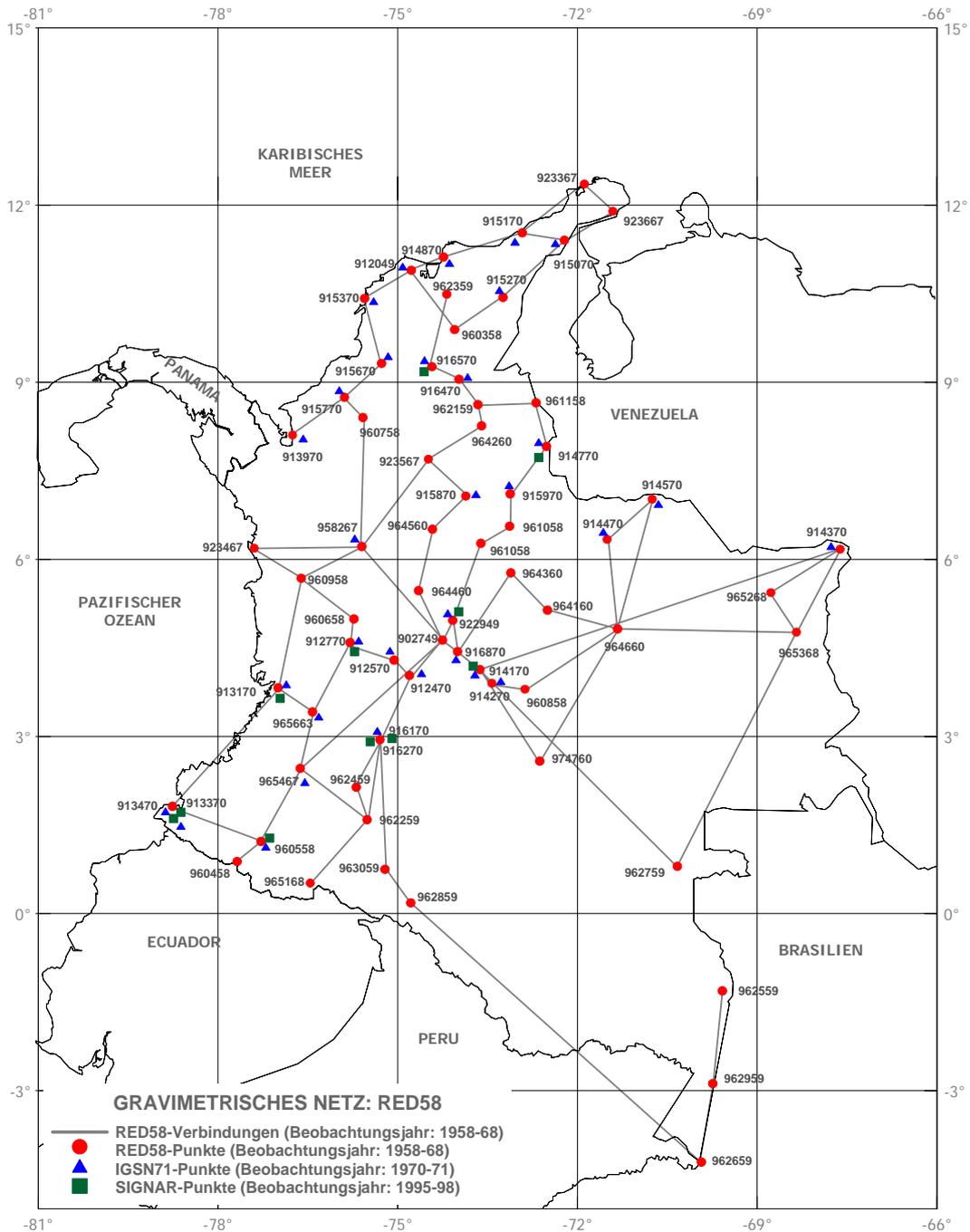


Abbildung 4.1 Gravimetrisches Netz RED58

- Obwohl zwischen den Messkampagnen des RED58-Netzes und IGSN71 (bzw. LAGSN77) ungefähr 10 Jahre liegen, wurden die möglichen zeitlichen Variationen der Schwerewerte nicht berücksichtigt.

Die hier beschriebenen Schwerelinien wurden durch das IGAC als nationales Institut der Landesvermessung eingerichtet. Deswegen werden diese Werte, neben den geodätischen (horizontalen, vertikalen und dreidimensionalen) Bezugssystemen und der Kartographie als die „offiziellen“ Referenzdaten des Landes angenommen. Aus diesem Grund sollen sie die höchst mögliche Qualität erhalten, damit sich die zusätzlichen Schweremessungen der geophysikalischen Anwendungen auf diese

Werte beziehen können. Deshalb werden die gravimetrischen Netze und Linien in der vorliegenden Arbeit im Detail betrachtet und soweit nötig vollständig neu ausgewertet (s. unten).

Die Definition und Realisierung eines modernen gravimetrischen Bezugssystems begann 1995 mit der Errichtung dreier absoluter Schwerestationen, die durch die nach der Frei-Fall-Methode arbeitenden transportablen JILAG-5 Absolutgravimeter ( $\sim \pm 0,03 \mu\text{ms}^{-2}$ ) des DMA beobachtet wurden (Martínez, et al., 1995). Diese drei neuen Stationen wurden als Anschlusspunkte für ein neues Referenznetz und eine Eichlinie benutzt. Das neue *Netz 1. Ordnung SIGNAR (Sistema Gravimétrico Nacional de Referencia)* wurde zwischen 1995 und 1998 gemessen. Es enthält 40 Stationen, von denen jede zwei Exzentren hat. Sie überdecken regelmäßig das ganze Land, und sie sind mit jeweils drei benachbarten Punkten durch mindestens acht LaCoste & Romberg Gravimetermessungen verbunden. Die in der Nähe der Grenze mit Venezuela liegenden Punkte wurden auch mit drei Absolutstationen dieses Landes verbunden, während mit den anderen benachbarten Ländern (Panama, Ecuador, Peru und Brasilien) die Verbindungen mit Stationen der entsprechenden gravimetrischen Netze 1. Ordnung (IGSN71 bzw. LAGSN) gemacht wurden (Abb. 4.2).

Bei Entwurf und Planung des neuen Netzes wurde insbesondere auf die wiederholte Messung alter Stationen (RED58 bzw. IGSN71 oder LAGSN) geachtet, um mögliche zeitliche Änderungen der Schwere zu bestimmen und um die gravimetrischen Linien richtig aktualisieren (oder neu ausgleichen) zu können. Nur elf alte Punkte wurden wieder gefunden und gemessen, aber die Genauigkeit der alten Messungen (RED58) ist nicht gut genug, um zeitliche Schwereänderungen zu identifizieren [s. 4.1.2]. Die neuen Messungen auf den alten Punkten dienen der Verbindung der alten gravimetrischen Linien mit den neuen Absolutstationen. Dafür ist eine neue Ausgleichung der gravimetrischen Linien (ca. 10000 Punkte) erforderlich, diesmal bezogen auf IGSN71 bzw. IAGBN (International Absolute Gravity Base Station Network, Boedecker and Fritzer, 1986).

#### 4.1.2 Ausgleichung des Gravimeternetzes 1. Ordnung

##### SIGNAR gravimetrisches Netz 1. Ordnung

Das zwischen 1995 und 1997 gemessene Schwerenetze wurde nach McConnell et al. (1979) ausgeglichen (McConnell et al., 1995, McConnell, 1998). Das Fehlergleichungssystem lautet:

$$v_{i,i+1} = g_{i+1} - g_i - k_{1m}(l_i - l_{i+1}) - k_{2m}(l_i^2 - l_{i+1}^2) - D_q \Delta T_{i,i+1} - \Delta l_{i,i+1} \quad | p_i \quad (4.1)$$

oder in Matrizen

$$\mathbf{v} = \mathbf{A} \mathbf{x} - \Delta \mathbf{l}, \quad \mathbf{P}_{ll} \quad (4.2)$$

Die Unbekannten (Vektor  $\mathbf{x}$ ) sind die Schwerewerte ( $g_i, g_{i+1}, \dots$ ), die Maßstabsfaktoren (1. und 2. Ordnung  $k_1, k_2$ ) des Gravimeters und die linearen Driftkoeffizienten  $D$  im  $q$ -ten Zeitintervall  $\Delta T_{i, i+1}$ . Bei Messungen mit mehreren Gravimetern ( $m$ ) treten entsprechend mehrere Werte für  $k_1, k_2$  und  $D$  auf. Die Beobachtungen ( $l_i, l_{i+1}, \dots$ ) sind in  $[\text{ms}^{-2}]$ -Einheiten ausgedrückte, wegen Erdzeiten korrigierte Gravimeterablesungen. Die Gewichtsmatrix der Beobachtungen ( $\mathbf{P}_{ll}$ ) ist über die Kofaktorenmatrix  $\mathbf{Q}_{ll}$  zu bilden:

$$q_{ii} = \frac{1}{p_i}; \quad \mathbf{P}_{ii} = \mathbf{Q}_{ii}^{-1} \quad (4.3)$$

Die Fehlergleichungen werden als untereinander unabhängig ( $\mathbf{P}_{ii}$ -Matrix  $\equiv$  Diagonale) in eine Ausgleichung nach vermittelnden Beobachtungen eingeführt.

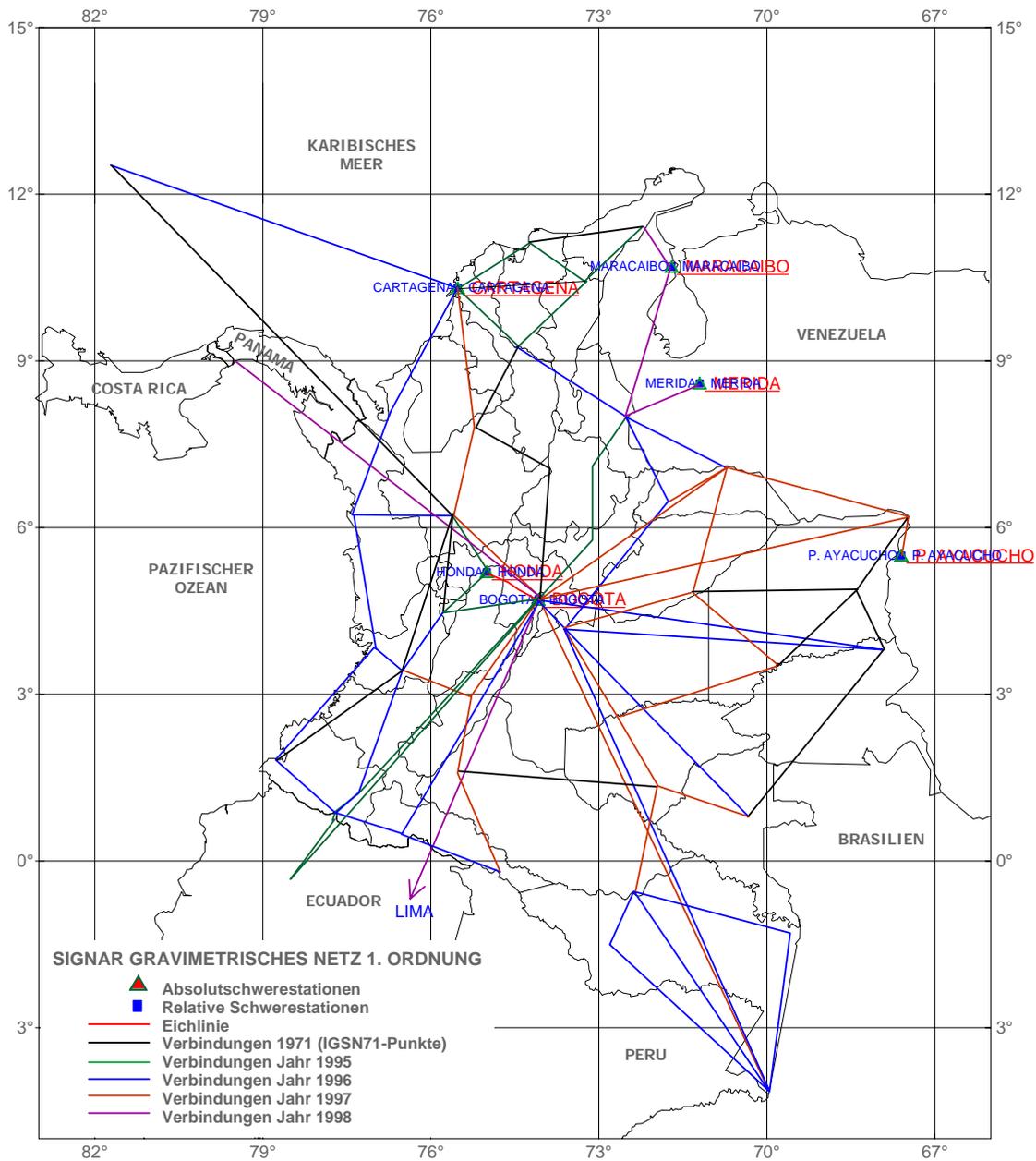


Abbildung 4.2 SIGNAR gravimetrisches Netz 1. Ordnung

Im ersten Schritt der Ausgleichung wurde eine „a-priori“ Varianz von  $0,5 \mu\text{s}^2$  ( $\sim p = 400$ ) für alle Beobachtungen angenommen. In den weiteren Iterationen wurden neue Gewichte für die Gravimeter nach

$$\frac{p_{neu}}{p_{alt}} = \frac{\sigma_0^2}{\sigma_i^2}; \quad \sigma_i^2 = \frac{\sum v_{i,i+1}^2}{r_i - n_i} \quad (4.4)$$

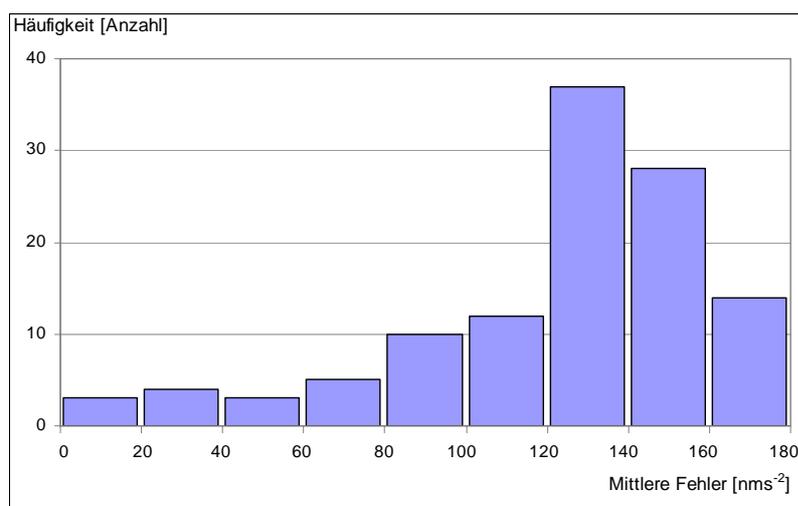
berechnet. Hier ist  $\sigma_0^2$  die Standardabweichung aller Beobachtungen bezogen auf das Gewicht 1, und  $\sigma_i^2$  ist die „*a-posteriori*“ Varianz für jedes beliebige Gravimeter. Die Summe  $v^2$  bei  $\sigma_i^2$  wird nur mit den  $r_i$  Beobachtungen des entsprechenden Gravimeters und den  $n_i$  Unbekannten berechnet.

Um grobe Fehler wegen möglicher „Sprünge“ in den Messungen zu vermeiden und unter der Voraussetzung, dass die Beobachtungsfehler normalverteilt sind, wurden die Beobachtungen, deren Fehler größer als  $C$  gemäß

$$\left| v_{i,i+1} \sqrt{p_{i,i+1}} \right| > C \sigma_0 \quad (4.5)$$

sind, abgelehnt.  $C$  variierte von Schritt zu Schritt der Ausgleichung, am Anfang wurde es als 10 definiert. Nach der Bereinigung der Beobachtungswerte wurde  $C$  bis zu 3 verringert. Die Ausgleichung des Netzes erfolgte zuerst als freies Netz, dann wurden die 6 Absolutstationen (3 in Kolumbien, 3 in Venezuela) als Anschlusspunkte eingeführt. Die Software GRAVPACK von Gravico Geoscience Inc. (McConnell, 1998) wurde für diesen Zweck angewendet.

Die ausgeglichenen SIGNAR-Schwerewerte [Anhang A] zeigen eine Variation von  $11475,4 \mu\text{ms}^{-2}$  über das ganze Land. Ihre mittleren Fehler reichen von  $3 \text{ nms}^{-2}$  bis zu  $178 \text{ nms}^{-2}$  (Abb. 4.3). Wie in [4.1.1] gesagt wurde, wurden elf ältere Stationen in der 1995/97 Messkampagne wieder beobachtet. Von diesen elf Stationen gehören fünf zum RED58-Netz. Da die RED58-Schwereunterschiede durch Worden-Gravimeter, deren Messgenauigkeit bei  $\pm 1 \mu\text{ms}^{-2}$  (z. B. Torge, 1989) liegt, gemessen und nicht streng ausgeglichen worden waren (s. oben), wurden von den gemeinsamen Punkte nur die übrigen sechs ausgeglichenen Werte von 1977 und 1995 verglichen, um mögliche zeitliche Schwereänderungen zu identifizieren. Die Differenzen (SIGNAR - LAGSN77) liegen zwischen  $-0,81 \mu\text{ms}^{-2}$  und  $+0,32 \mu\text{ms}^{-2}$  [Anhang A]. Da bereits die mittleren Fehler der IGSN71-Anschlusspunkte in Kolumbien, die für die Ausgleichung des LAGSN77-Netzes angewendet wurden, um  $\pm 0,35 \mu\text{ms}^{-2}$  liegen (Morelli, et al., 1974), worin systematische (Niveau-) Unterschiede noch nicht enthalten sind, kann geschlossen werden, dass diese Differenzen nicht signifikant sind und somit keine zeitlichen Änderungen der Schwere nachgewiesen werden können.



**Abbildung 4.3** Häufigkeit der mittleren Fehler der ausgeglichenen Schwerewerte, SIGNAR gravimetrisches Netz 1. Ordnung

Die Messungen von SIGNAR in Kolumbien, zusammen mit den Verbindungen zwischen den Schwerenetzen der anderen Länder einschließlich der zusätzlichen Beobachtungen und der neuen Absolutstationen von 1977 bis 1995 in Lateinamerika führten zu einer neuen Ausgleichung von LAGSN, die LAGSN95 genannt wird (McConnell, et al., 1995)

### Neuausgleichung des RED58 bezogen aus SIGNAR

Um die gravimetrischen Linien, die auf RED58 bezogen sind, mit dem neuen Schwerenetz zu verbinden, ist es notwendig, auch das RED58 auf das neue Netz SIGNAR 1. Ordnung zu beziehen. Dafür wurden in der vorliegenden Arbeit die LAGSN77 Beobachtungen erneut ausgeglichen. Die Anschlussstationen sind die elf gemeinsamen Punkte, die auch 1995/97 gemessen wurden. Von diesen „neuen“ LAGSN77-Werten, die *SIGNAR gravimetrisches Netz 2. Ordnung* genannt werden [Anhang A], dienen 30 gemeinsame Punkte (Abb. 4.1) zwischen RED58 und LAGSN77 als Anschlusspunkten, um eine neue Ausgleichung des gesamten alten Netzes durchzuführen. Das Verfahren entspricht dem oberen durch die Formeln (4.1) bis (4.5) beschriebenen Rechengang mit einigen Variationen (s. unten).

Der Hauptvorteil der neuen Ausgleichung von RED58 ist die Bestimmung der Maßstabsfaktoren zweier Worden-Gravimeter (W32B, W397), die auch für die Messung (~60%) der gravimetrischen Linien benutzt wurden. Da die direkte Eichung dieser zwei Geräte nicht möglich ist (sie existieren nicht mehr) und keine Unterlagen über frühere Kalibrierungen verfügbar sind, sollen besondere Eigenschaften des Worden-Systems berücksichtigt werden, um ihre Maßstabsfaktoren als Unbekannte in die neue Ausgleichung aufzunehmen. Die folgenden Überlegungen basieren auf den Diskussionen von Gantar and Morelli (1962a), Gantar and Morelli (1962b), Gantar and Morelli (1963) und Torge (1989).

Die Worden-Gravimeter bestehen aus einem Quarzsystem mit horizontalem Balken und vertikaler Feder. Ihr Bauprinzip entspricht einer Torsionsfederwaage, deren Hebelarm auf jedem Messpunkt nach der Nullmethode in die Messlage (horizontale Position der durch den Gleichgewichtspunkt des Systems und die Drehachse des Hebelarmes gebildeten Ebene) zurückgeführt wird. Ihre Empfindlichkeit wird durch die Strategie der Astasierung gesteigert. Die vertikale Messschraubfeder (*small dial*), die das Gleichgewicht auf jedem Messpunkt wiederherstellt, dient nur für Schweredifferenzen bis maximal  $3000 \mu\text{ms}^{-2}$  (geophysikalische Anwendungen), deswegen ist eine zweite vertikale „reset“ Feder (*large dial*) eingeführt, die den Messbereich bis zu  $52\ 000 \dots 66\ 000 \mu\text{ms}^{-2}$  (geodätische Anforderungen) erweitert.

Die vom Hersteller angegebenen Skalenfaktoren der Messfeder variieren zwischen den einzelnen Gravimetern von  $0,8$  bis  $4,0 \mu\text{ms}^{-2}$  pro Ableseeinheit. Da ihre Eichfunktion bis  $1 \times 10^{-3}$  linear zu sein scheint, werden sie als Konstante angenommen. Die Ablesegenauigkeit dieser Messfeder ist  $\sim \pm 0,1 \mu\text{ms}^{-2}$ . Die in der Eichfunktion vernachlässigten nicht linearen Terme können Fehler bis zu  $\pm 0,5 \mu\text{ms}^{-2}$  in den direkten Messungen erzeugen. Die Eichfunktion der *reset*-Feder führt zu einem nicht-linearen Skalenfaktor, dessen Genauigkeit bei  $\pm 1 \times 10^{-3}$  liegt. Sie enthält periodische Terme mit Amplituden zwischen  $2 \mu\text{ms}^{-2}$  und  $30 \mu\text{ms}^{-2}$ , die vom Hersteller nicht berücksichtigt werden. Die Ablesegenauigkeit der *reset*-Feder liegt um  $\pm 1 \dots 2 \mu\text{ms}^{-2}$ . Noch ein wichtiger Aspekt sind die „säkularen“ (über lange Zeitperioden) Änderungen des Federwaagesystems, die nach einigen Nutzungsjahren des Gerätes auftreten und auch die Kalibrierungsfunktionen verfälschen. Bei Quarzfedersystemen wurden Variationen größer als  $1 \times 10^{-3}$  pro Jahr beobachtet. Die Tabelle 4.1 fasst die Fehlereinflüsse der Kalibrierungsfunktion der Worden-Gravimeter zusammen.

Die Maßstabsfaktoren der in dieser Arbeit betrachteten Worden-Gravimeter sollen nur durch Nutzung der verfügbaren Beobachtungen (ohne experimentelle Daten im Labor oder spezielle Kalibrierungsarbeiten) berechnet werden, ohne die oben genannte Genauigkeit zu beeinflussen. Der konstante Multiplikationsfaktor der Messfeder ( $W32B=3,988$  bzw.  $W397=3,710 \mu\text{ms}^{-2}$  pro Ableseeinheit), der die Kalibrierungsfunktion bis zu  $1 \times 10^{-3}$  als linear voraussetzt, wurde durch den Fabrikanten, damals Houston Technical Laboratories, angegeben. Die entsprechenden Messbereiche ohne einen „reset“ einzuführen, bzw. ohne die *reset*-Feder zu bewegen, sind  $W32B = 2990 \mu\text{ms}^{-2}$  und  $W397 = 2780 \mu\text{ms}^{-2}$ .

**Tabelle 4.1** Fehler in der Kalibrierungsfunktion der Worden Gravimeter

Parameter	Messfeder ( <i>small dial</i> )	„reset“ Feder ( <i>large dial</i> )
Genauigkeit der Kalibrierungsfunktion	lineare Funktion $\pm 1 \times 10^{-4}$	nicht-lineare Funktion $\pm 1 \times 10^{-3}$
Abbruchfehler der Kalibrierungsfunktion	$\pm 0,1 \dots 0,5 \mu\text{ms}^{-2}$	$\pm 2 \dots 30 \mu\text{ms}^{-2}$
Säkulare Änderungen der Kalibrierungsfunktion	$\sim 1 \times 10^{-3} / \text{a}$	
Ablesegenauigkeit	$\pm 0,1 \mu\text{ms}^{-2}$	$\pm 1 \dots 2 \mu\text{ms}^{-2}$

Die Bestimmung des *large dial* Maßstabsfaktors erfordert die Beobachtung desselben Schwereunterschiedes unter verschiedenen Stellungen der *reset*-Schraube, um die Kalibrierungsfunktion von der *reset*-Position unabhängig zu machen. Da diese Bedingung mit den verfügbaren Beobachtungen nicht erreichbar ist, muss der berechnete Maßstabsfaktor die verschiedenen Messbereiche jedes Gravimeters in anderer Weise berücksichtigen. Da die Bestimmungsgenauigkeit der Kalibrierungsfunktion der Messfeder zehnmal kleiner ist als die der *reset*-Feder (Tabelle 4.1), ist es am besten, nur den Maßstabsfaktor des *small dial* in verschiedenen Messbereichen (*reset*-Stellungen) zu betrachten, um die Fehlereinflüsse zu reduzieren. Ein Vorteil von RED58 ist die gleichzeitige Beobachtung derselben Punkte mit den beiden Gravimetern, da es eine unabhängige Kontrolle der individuellen Messungen erlaubt.

Gemäß den oberen Bemerkungen wurden die Maßstabsfaktoren der Worden-Gravimeter (W32B, W397) mit dem üblichen Eichlinien - Kalibrierungsverfahren berechnet. Als Eichlinie dienten die 30 gemeinsamen Schwerestationen von RED58 und LAGSN77 (Abb. 4.1). Die Abhängigkeit des Maßstabsfaktors vom Messbereich (*reset*) wurde durch Einteilung der Beobachtungen jedes Gravimeters in etwa  $3000 \mu\text{ms}^{-2}$  große Schwereintervalle berücksichtigt. Da die extremen Schwerewerte in Kolumbien einen Unterschied von  $\sim 12\,000 \mu\text{ms}^{-2}$  erreichen, wurden vier Intervalle definiert. Für jedes dieser Intervalle wurde ein Maßstabsfaktor bestimmt. Die Ergebnisse (Tabelle 4.2) zeigen, dass die Vernachlässigung des Maßstabsfaktors in Schweredifferenzen von etwa  $1000 \mu\text{ms}^{-2}$  zu Fehlern bis  $\pm 1 \dots 2 \mu\text{ms}^{-2}$  führen kann. Als Folge werden auch langwellige Fehler bis zu  $\sim 25 \mu\text{ms}^{-2}$  entlang des ganzen Netzes (bzw. Landes) auftreten.

Die Gänge (Drifts) der Worden-Gravimeter, deren lineare Variationen zwischen  $0,5 \dots 1 \mu\text{ms}^{-2}$  pro Stunde und die nicht linearen Variationen bis zu  $1 \dots 10 \mu\text{ms}^{-2}$  pro Tag sein können, werden durch die Taylor-Reihen-Entwicklung der Ableseung ( $z$ ) als Funktion der Zeit ( $t$ ) modelliert (Drewes, 1978a):

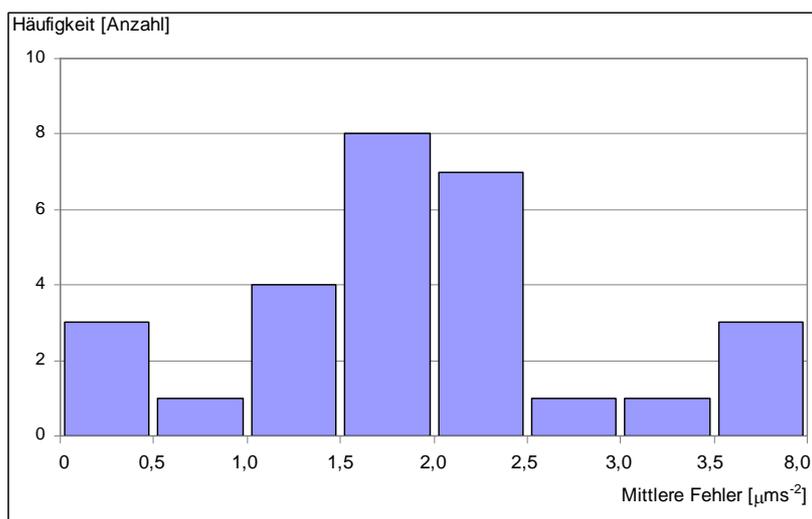
$$z(t) = z(t_0) + \left(\frac{\partial z}{\partial t}\right)_0 (t - t_0) + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 z}{\partial t^2}\right)_0 (t - t_0)^2 + \left(\frac{\partial^3 z}{\partial t^3}\right)_0 (t - t_0)^3 + \dots \quad (4.6)$$

$$z(t) = z(t_0) + d_1 (t - t_0) + d_2 (t - t_0)^2 + d_3 (t - t_0)^3 + \dots$$

Hier ist  $z(t_0)$  die Ablesung in der Referenzzeit in der der Gang berechnet wird; und  $d_1 \dots d_3$  sind die entsprechenden Driftkoeffizienten. Da die Bewegung der *reset*-Schraube eine total neue Stellung des Messsystems bedeutet, wurden die Driftkoeffizienten nicht pro Tag, sondern pro „*reset*“ berechnet. Die Zeitintervalle sind dann nur wenige Stunden, so dass die nicht-linearen Drift-Terme vernachlässigt werden können. Bei der Ausgleichung werden aber (anders als bei SIGNAR 1. Ordnung nach (4.1), (4.2), (4.3)) die algebraischen Korrelationen von  $-0,5$  zwischen zwei aufeinander folgenden Ablesungen in  $P_{II}$  berücksichtigt (Formel (4.7), Drewes 1978a). Die Ergebnisse werden im Anhang A der vorliegenden Arbeit zusammengestellt.

**Tabelle 4.2** Maßstabsfaktoren für die Gravimeter W32B und W397

Intervall [ $10^{-5} \text{ ms}^{-2}$ ]	W32B		W397	
	Maßstabsfaktor	mittlere Fehler	Maßstabsfaktor	mittlere Fehler
977 100 - 977 400	0,997 95	$\pm 2,1 \times 10^{-4}$	0,998 21	$\pm 2,9 \times 10^{-4}$
977 400 - 977 700	0,998 98	$\pm 1,0 \times 10^{-4}$	0,998 86	$\pm 10,2 \times 10^{-4}$
977 700 - 978 000	0,999 43	$\pm 2,2 \times 10^{-4}$	0,999 43	$\pm 3,5 \times 10^{-4}$
978 000 - 978 400	1,001 04	$\pm 5,6 \times 10^{-4}$	1,000 18	$\pm 9,6 \times 10^{-4}$



**Abbildung 4.4** Häufigkeit der mittleren Fehler der neu ausgeglichenen Schwerewerte RED58

Nach heutigen Maßstäben zeigt die Auswertung des RED58-Netzes eine geringe Genauigkeit. Die mittleren Fehler der ausgeglichenen Schwerewerte liegen zwischen  $\pm 2,3 \mu\text{ms}^{-2}$  und  $\pm 7,4 \mu\text{ms}^{-2}$  (Abb. 4.4), was dem damaligen Stand der Schweremessungen über große Distanzen und Schweredifferenzen, wie sie

in dem Netz vorliegen, bei Verwendung des Worden-Gravimeters entspricht. Die Abweichungen gegenüber der alten RED58-Berechnung erreichen  $30 \mu\text{ms}^{-2}$ .

### 4.1.3 Neuausgleichung der gravimetrischen Linien

Die gravimetrischen Linien in Kolumbien sind auf vermarkten Nivellementspunkten eingerichtet. Sie enthalten ca. 10000 Schwerewerte (Abb. 4.5), die seit 1958 beobachtet werden. Die Messung geschieht so, dass jeder Schwereunterschied zweimal beobachtet wird, um Gänge und Sprünge besser modellieren zu können. Die Messtechnik entspricht den Vorschriften des IAGS. Bis Anfang der 90er Jahre war es üblich, dass die Beobachtungen durch Mitarbeiter des IGAC gemacht und die Schwerewerte durch den IAGS ausgeglichen wurden. Deswegen sind die angewandten Rechenverfahren nicht verfügbar. Die in [4.1.1] beschriebene Ausgleichung ist die einzige, die im IGAC gemacht wurde. Die Messung der gravimetrischen Linien wurde zwischen 1988 und 1995 unterbrochen, danach wurden die neuen Linien auf SIGNAR-Stationen bezogen und gemäß (4.1) ... (4.6) berechnet.

Da die zwischen 1958 und 1988 gemessenen Linien mehr als 90% der Schweredaten des IGACs enthalten, werden sie in der vorliegenden Arbeit erneut ausgewertet, um die Mängel der bisherigen Auswertungen zu beheben. Die Hauptaspekte der neuen Ausgleichung sind:

- Die gravimetrischen Linien werden in fünf Subnetze eingeteilt und ausgewertet; die Verbindungspunkte zwischen den fünf Subnetzen sind die Referenzstationen (Abb. 4.5). Damit sind Schwerewerte, die in verschiedenen Schleifen gemessen wurden, kompatibel. Früher geschah die Ausgleichung Linie für Linie.
- Als Referenzstationen werden SIGNAR-Punkte (1. Ordnung, bzw. 2. Ordnung) angenommen. Ihr Gewicht entspricht dem reziproken Quadrat der mittleren Fehler. Früher wurden RED58-Punkte, die sehr große mittlere Fehler [4.1.2] enthalten, dazu verwendet. Die Gewichte wurden damals als 1 angesetzt.
- Die Erdzeitenreduktion wird nach Wenzel (1994a) und Wenzel (1994b) berechnet.
- Die Gänge der Gravimeter werden wie in [4.1.2] berücksichtigt.
- Die Maßstabsfaktoren der Gravimeter werden berücksichtigt. Die LaCoste & Romberg Geräte (G11, G46, G67) wurden regelmäßig mit dem Eichlinienverfahren kalibriert und die Maßstäbe zusammen mit LAGSN95 (McConnell, et al., 1995) berechnet. Diese Werte dienen für die hier durchgeführte Ausgleichung. Für die Worden-Gravimeter W32B und W397 werden die in der RED58-Ausgleichung [4.1.2] bestimmten Werte angewendet. Für die restlichen Beobachtungen (weniger als 15%), die mit den Worden W32, W106, W147, W682 und W178 gemacht wurden, werden die Maßstabsfaktoren gleichzeitig mit den Schwerewerten ausgeglichen [Anhang A]. Dafür werden ihre Beobachtungen in dieselben Intervalle wie in Tabelle 4.2 eingeteilt. Früher wurden alle Maßstäbe als 1 eingeführt.
- Das stochastische Modell der Ausgleichung enthält die algebraische Korrelation der von aufeinander folgenden Ablesungen ( $l$ ) gebildeten Schweredifferenzen ( $\Delta l$ ). Da die gravimetrischen Linien als Profil gemessen werden, kommt jede Ablesung ( $l_i$ ) (bis auf Anfangs- und Endablesung) in zwei Schwereunterschieden vor; deren algebraische Korrelation  $-0,5$  ist (Drewes, 1978a). Deswegen lautet der Ausgleichungsansatz:

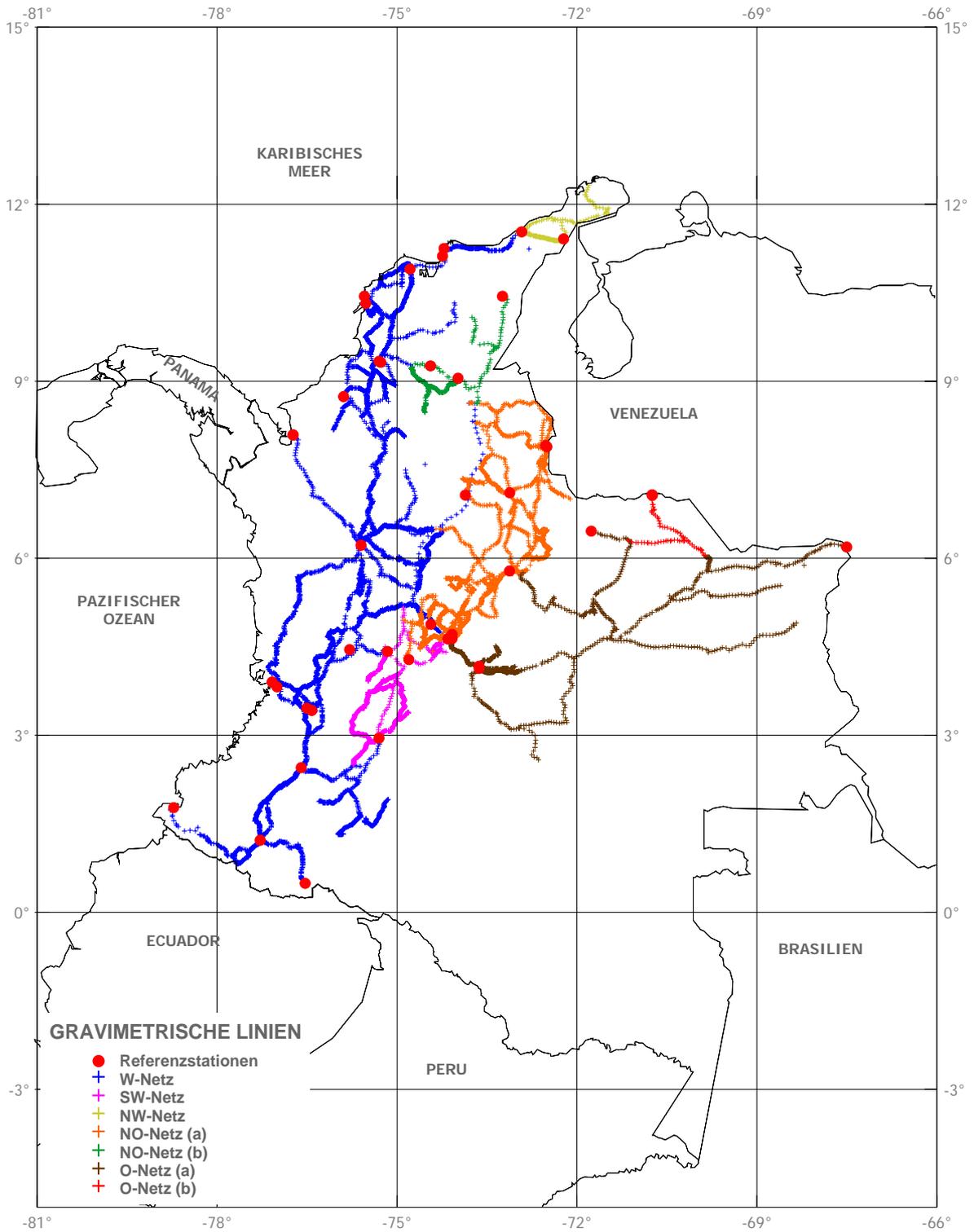


Abbildung 4.5 Gravimetrische Linien, Einteilung der ausgeglichenen Netze

$$v_{i,i+1} = g_{i+1} - g_i - k_{1m}(l_i - l_{i+1}) - D_q \Delta T_{i,i+1} - \Delta l_{i,i+1} \quad | p_i, p_{i,i+1}$$

$$q_{ii} = \frac{1}{p_i}; \quad q_{i,i+1} = q_{i+1,i} = -0,5 \sqrt{q_{ii} q_{i+1,i+1}}; \quad \mathbf{P}_{ll} = \mathbf{Q}_{ll}^{-1} \quad (4.7)$$

oder in Matrizen

$$\mathbf{v} = \mathbf{A} \mathbf{x} - \Delta \mathbf{l} \quad | \mathbf{P}_{ll} \quad (4.8)$$

Die  $\mathbf{Q}_{ll}$ -Matrix hat Bandstruktur und  $\mathbf{P}_{ll}$  wird vollbesetzt. Dafür wird das Programm GRAVDG (Drewes & Sánchez, 1978) angewendet. In der alten Berechnung der gravimetrischen Linien wurden die Beobachtungen unkorreliert (unabhängig) angenommen.

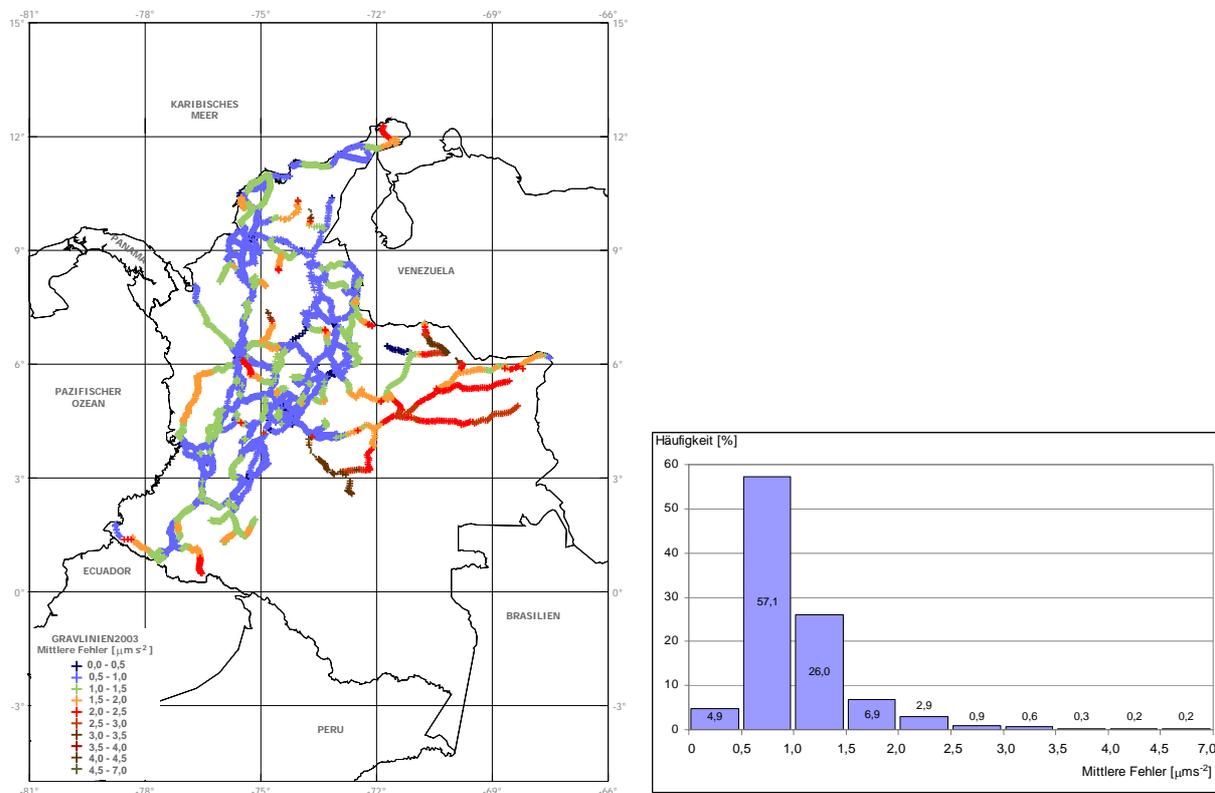
- Da die Größenordnung der Messfehler der Worden-Gravimeter größer als die möglichen zeitlichen Schwereänderungen ist, wurde vorausgesetzt, dass solche Änderungen nicht auftreten. So wurden neue LaCoste & Romberg mit alten Worden-Beobachtungen auf gemeinsamen Punkten kombiniert. Die relativen Gewichte der Gravimeter wurden nach (4.4) berechnet.
- Nach der Ausgleichung wurde geprüft, ob weniger als 1% der Beobachtungen Residuen größer als  $3\sigma_0$  hatten. Die Beobachtungen, deren Residuen größer als  $5\sigma_0$  waren, wurden eliminiert. Waren sie jedoch für die Netzkonfiguration unbedingt notwendig, erhielten sie das Gewicht 0,01. Die Ausgleichung wurde iteriert, bis diese Bedingung erfüllt war.

Die Tabelle 4.3 fasst die Ergebnisse der in dieser Arbeit durchgeführten Auswertung zusammen. 62% der Stationen haben mittlere Fehler kleiner als  $\pm 1 \mu\text{ms}^{-2}$  (Abb. 4.6b), was der Genauigkeit von Worden-Gravimetern entspricht. Die guten Werte ( $< \pm 0,5 \mu\text{ms}^{-2}$ ) sind durch die besseren LaCoste & Romberg - Messungen bedingt. Die großen Fehler ( $> \pm 2 \mu\text{ms}^{-2}$ ), die 5,1% ausmachen, liegen an den Rändern der Netze, wo die Linien mit keiner Referenzstation direkt verbunden werden können (Abb. 4.6a). Hier akkumulieren sich die Messfehler. Diese erneut ausgeglichenen Werte werden ab hier GRAVLINIEN2003 genannt. Diese Werte finden sich im Anhang E.

**Tabelle 4.3** Statistische Eigenschaften der Subnetze der gravimetrischen Linien

Parameter	W-Netz	SW-Netz	NW-Netz	NO-Netz		O-Netz	
				A	B*	A	B*
Anzahl Beobachtungen	11932	2085	392	5538	747	2414	215
Referenzstationen	26	6	2	18	4	10	2
Anzahl unbekannter Schwerewerte	4450	814	145	1944	268	871	71
$\sigma_0$	0,40	0,29	0,47	0,40	0,44	0,45	0,91
Durchschn. mittl. Fehler $\bar{\sigma}_i$ [ $\mu\text{ms}^{-2}$ ]	1,08	0,93	1,16	0,88	1,43	1,79	2,88
$\sigma_i$ [ $\mu\text{ms}^{-2}$ ]	Minimum	0,31	0,23	0,47	0,32	0,42	1,01
	Maximum	4,87	3,87	2,33	2,19	5,29	4,42
Anzahl Beob. mit $3\sigma_0 < v < 5\sigma_0$	51	22	-	22	6	1	-

\*Die NO- und O-Netze werden geteilt, da die Beobachtungen teilweise geringere Qualität haben. Diese werden unter „B“ getrennt aufgeführt.

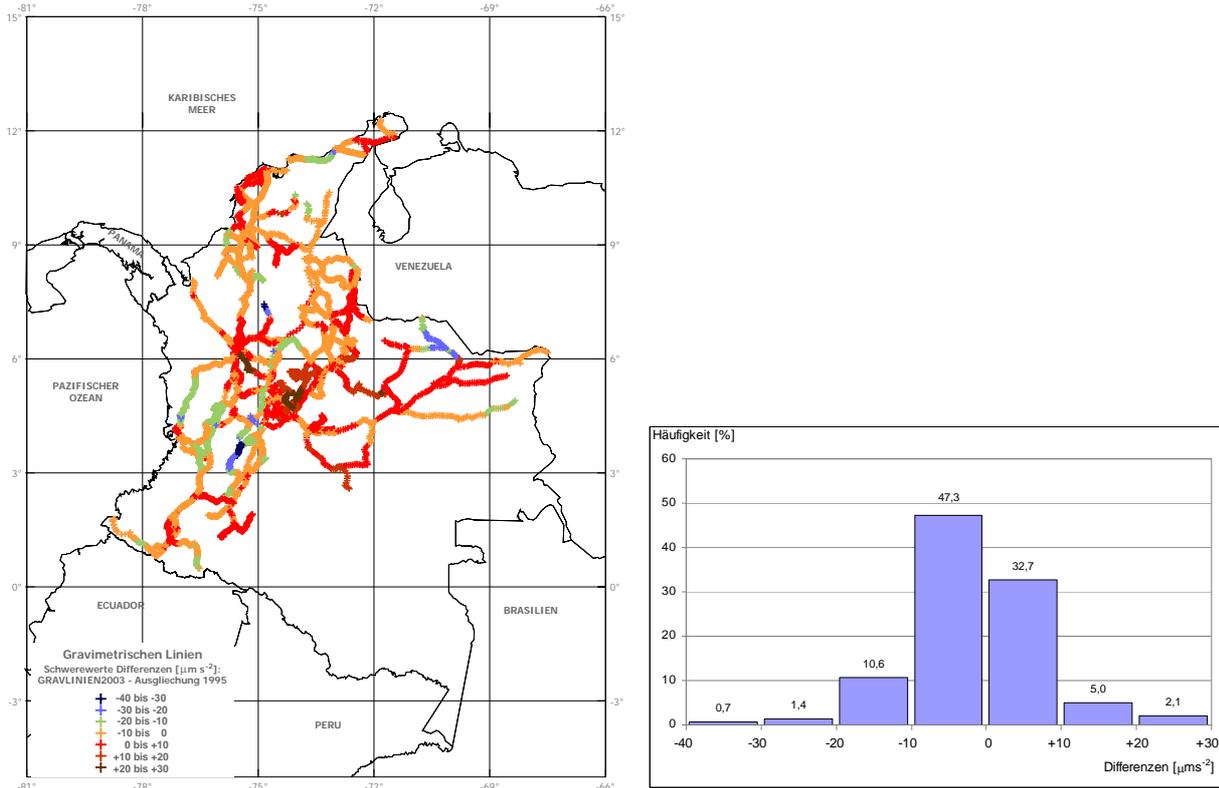


a) Geographische Verteilung der mittleren Fehler

b) Häufigkeit der mittleren Fehler

**Abbildung 4.6** Mittlere Fehler der erneut ausgeglichenen gravimetrischen Linien (GRAVLINIEN2003)

Der Vergleich der GRAVLINIEN2003 mit den in [4.1.1] beschriebenen alten gravimetrischen Liniendaten zeigt Differenzen zwischen  $-40 \mu\text{ms}^{-2}$  und  $+30 \mu\text{ms}^{-2}$ , deren häufigster Anteil (80%) bis  $\pm 10 \mu\text{ms}^{-2}$  liegt (Abb. 4.7). Die größten Unterschiede liegen bei den stärksten Schweregradienten, wo die gravimetrischen Linien große Variationen der Topographie überdecken. Solche Differenzen können durch die Vernachlässigung der Maßstabsfaktoren der Gravimeter in der früheren Auswertung erklärt werden. Der Mittelwert der Differenzen ( $-16 \mu\text{ms}^{-2}$ ) enthält den Niveau-Unterschied zwischen dem IGSN71 (bzw. LAGSN77) und den Absolutstationen, sowie systematische Fehler (Maßstabsfaktoren, Drift, Gewichte für die Geräte und Referenzstationen). Vor allem diese systematische mittlere Abweichung hat alle bisherigen Geoidberechnungen verfälscht. Sein Betrag ist mehr als das Zehnfache des durchschnittlichen mittleren Fehlers der Schwerewerte (Tabelle 4.3). Die sehr aufwändige Neuausgleichung war deshalb notwendig und hat sich gelohnt.



a) Geographische Verteilung der Differenzen

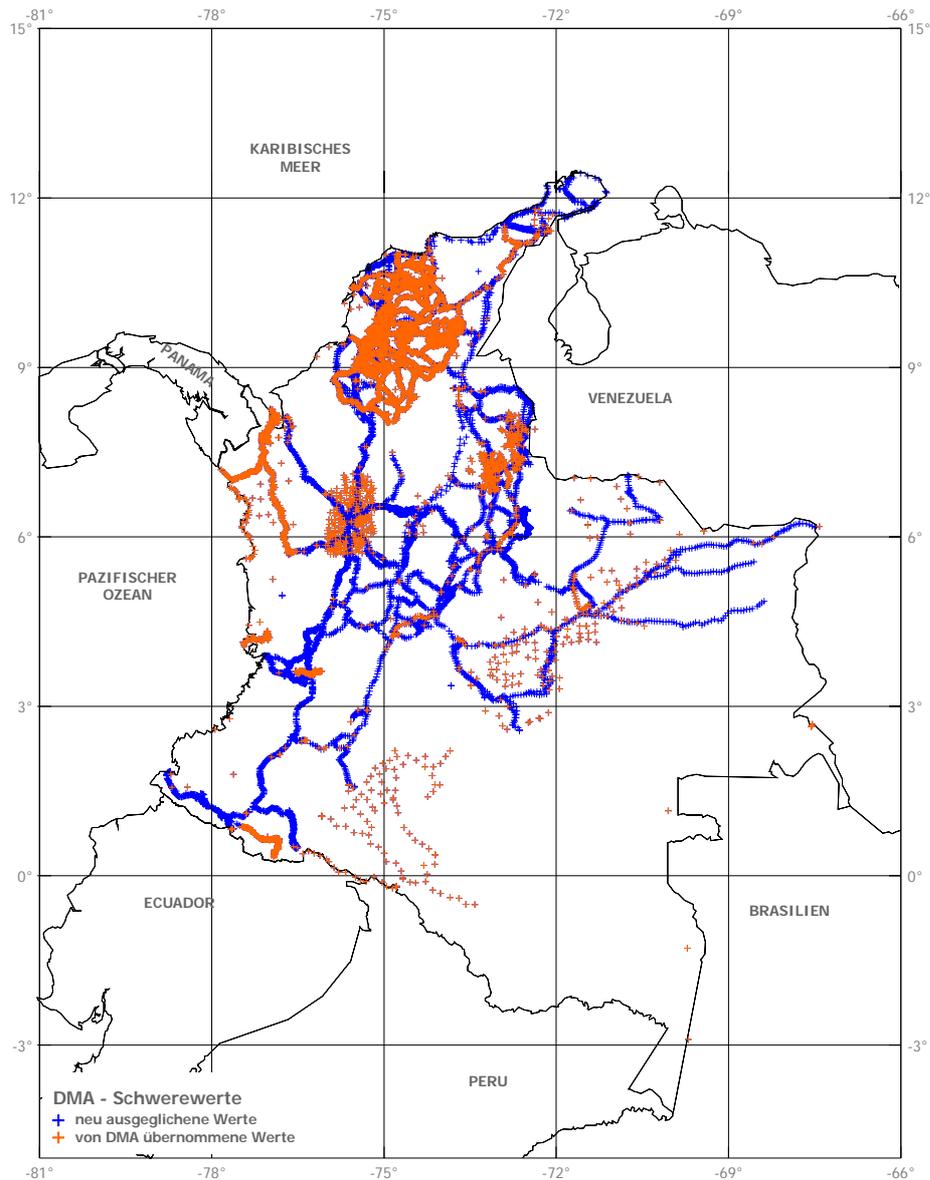
b) Häufigkeit der Differenzen

**Abbildung 4.7** Differenzen zwischen den erneut ausgeglichenen gravimetrischen Linien (GRAVLINIEN2003) und der vorherigen Auswertung von 1995

#### 4.1.4 Daten der Defense Mapping Agency (DMA)

DMA förderte verschiedene geodätische Aktivitäten in Lateinamerika, besonders die Einrichtung der Lage- und Höhenfestpunktfelder für topographische Karten, und Schwerereferenzstationen, um geophysikalische Explorationen zu stützen. Deswegen wurde der IAGS (Inter American Geodetic Service) gegründet und ein Vertreterbüro in jedem Geographischen Institut Lateinamerikas eingerichtet. IAGS hat die technischen Verfahren der Messungen vorgegeben und die Beobachtungen ausgewertet. Mit der Gründung des NIMA (National Imagery and Mapping Agency), 40 Jahre danach, wurden die 17 IAGS-Büros Lateinamerikas in nur 3 Abteilungen (Lima, Asuncion und Mexiko) gruppiert. Obwohl die Zusammenarbeit nicht so eng ist wie früher, unterstützt NIMA teilweise noch einige Projekte in der Region.

Die Schweredatenbank des DMA enthält in Kolumbien ca. 10200 Schwerwerte, von denen 6000 mit Punkten der gravimetrischen Linien IGACs zusammenfallen (Abb. 4.8). Die Lagekoordinaten (Breite und Länge) werden durch topographische Karten im Datum Bogota (Hayford Ellipsoid, geometrische Lage  $\Delta X = 307$  m,  $\Delta Y = 304$  m,  $\Delta Z = -318$  m) angegeben. Für die gravimetrischen Linien entspricht die vertikale Position den nivellierten Höhen; für die anderen Projekte wurden sie aus topographischen Karten entnommen. Die Schwerewerte sind auf IGSN71 bezogen.



**Abbildung 4.8** Gravimetrische Schwerewerte der Defense Mapping Agency in Kolumbien

Der Vergleich der DMA-Datenbank mit der hier durchgeführten Ausgleichung der gravimetrischen Linien erfordert zuerst die Bereinigung der DMA Lagekoordinaten, da die Datenbank keine Identifizierung der Punkte durch Nummern oder Namen enthält und sie die einzige Möglichkeit sind, um gemeinsame Schwerpunkte zu erkennen. Dafür wurden die Koordinaten auf SIRGAS (Sistema de Referencia Geocéntrico para las Américas) bzw. MAGNA (Marco Geocéntrico Nacional in Kolumbien) transformiert. Sie werden damit auf denselben Referenzrahmen der GRAVLINIEN2003 bezogen und nur so sind sie vergleichbar. Wegen der geringen Genauigkeit der Lagekoordinaten (~ 500 m) dienen die Höhen als eindeutige Gemeinsamkeit, um die richtige Übereinstimmung zu finden.

Die Differenzen zwischen GRAVLINIEN2003 und den DMA-Werten für die 6000 gemeinsamen Punkte reichen von  $-18 \mu\text{ms}^{-2}$  bis  $+16 \mu\text{ms}^{-2}$ . Eine Systematik ist nicht zu erkennen. Da die durch DMA angewandten Rechengänge sowie die benutzten Referenzstationen nicht bekannt sind, ist es nicht möglich, diese Differenzen zu erklären. Deswegen werden die GRAVLINIEN2003 Werte vorgezogen. Die restlichen DMA-Schwerewerte (etwa 4200 Punkte, Abb. 4.8) liegen in Gebieten wo IGAC keine gravimetrischen Daten hat und sie nicht vergleichbar sind; deshalb wird vorausgesetzt, dass sie keine systematischen Fehler enthalten und sie werden ohne weitere Untersuchungen übernommen. Diese Werte finden sich im Anhang E.

#### 4.1.5 Daten der Erdölgesellschaften

Kolumbien besitzt ausgedehnte Kohlenwasserstoffsreserven, die seit den 40er Jahren durch nationale und internationale Erdölgesellschaften untersucht werden. Da die Gravimetrie eine Hauptrolle in der geophysikalischen Exploration spielt, existieren mehrere Projekte, deren Schwerewerte als Ergänzung der IGAC-Daten für die Berechnung eines Geoid-Modells eingeführt werden können. Unglücklicherweise werden diese Projekte als „Geheimnis“ bezeichnet und wo Erdölreserven angenommen werden, ist ihre Verfügbarkeit gleich null. Später werden die Daten, normalerweise Freiluft-Anomalien, mit willkürlichen Koordinaten an globale Datenbanken weitergegeben, die keine Möglichkeit bieten, die Qualität (z. B. gravimetrisches Datum, Höhen- und Lagekoordinatenbezugssysteme) zu überprüfen. Solche Daten wurden in der vorherigen Geoid-Bestimmungen in Kolumbien ohne Korrekturen angewendet [s. Abschnitt 2.3].

Die größte Schweredatenbank Kolumbiens wird durch die kolumbianische Erdölgesellschaft ECOPETROL (Empresa Colombiana de Petróleos) geführt. Sie hat für die in dieser Arbeit durchgeführte Geoid-Berechnung eine große Anzahl von Schwerewerten (ca. 85000) bereit gestellt, die zum erstenmal mit genügend vollständigen Eigenschaften verfügbar sind. Diese Schwerewerte werden durch etwa 120 Projekte so aufgeteilt, dass ihre Bereinigung Datensatz für Datensatz gemacht werden kann. Die gegebenen Daten sind: Jahr der Messung, Lagekoordinaten (mit Erklärung über das geodätische Datum), (nivellierte oder aus topographischen Karten entnommene) Höhen, Schwerewerte (mit „möglichem“ gravimetrischem Datum), Freiluft- und Bouguer-Anomalien (einschließlich Referenzellipsoid für die Normalschwere und benutzte Gesteinsdichte).

Die Bereinigung der ECOPETROL-Daten beginnt in die vorliegende Arbeit mit der Elimination der wiederholten Punkte, z. B. sind gravimetrische Linien zweimal enthalten, einmal wurden sie durch DMA an ECOPETROL gegeben und zum zweiten Mal durch IGAC. Da die Benennung der Punkte und die Lagekoordinaten unterschiedlich sind, ist dieser Abschnitt zeitaufwändig. Eine ähnliche Situation ergab sich mit der Datenbank von DMA und einigen Projekten von multinationalen Firmen. Nach dieser Stufe sind ca. 65300 Schwerewerte (bzw. 95 Projekte) übrig geblieben.

Da das gravimetrische Datum bzw. das Niveau der Schweredaten in den Projekten nicht eindeutig ist, ist es nötig, Projekt für Projekt ihre Anpassung an die Werte der GRAVLINIEN2003 (bzw. SIGNAR) zu überprüfen. Dafür werden die Punkte in GRAVLINIEN2003, die im Gebiet eines Projektes liegen, aus den Projekt-Werten interpoliert. Dies wird gemacht, weil die Verdichtung der Projekt-Daten besser als die Verteilung der gravimetrischen Linien ist. Die berechneten Differenzen (interpolierte Werte - beobachtete Werte) sollen entweder die Anpassung überprüfen oder systematische Widersprüche identifizieren. Diese Interpolation wird durch die Interpolationsmethode nach kleinsten Quadraten, die sog. Prädiktion oder Kollokation (Drewes, 1976) durchgeführt; es ist dabei die einfache Bouguer-Anomalie anzuwenden, da

sie leicht zu bestimmen ist, einen glatten Verlauf hat und deshalb gut zu interpolieren ist. Das Verfahren lautet:

- Bestimmung der Bouguer-Anomalien für die ECOPETROL-Punkte. Es werden die Somigliana Normalschwereformel ( $\gamma$ ) für das GRS80-Ellipsoid (Moritz, 1980a), der normale Vertikalgradient ( $\partial\gamma/\partial h$ ) und die konventionelle Gesteinsdichte  $\rho = 2670 \text{ kg m}^{-3}$  angewendet.

$$\Delta g_B = g - \gamma - \frac{\partial\gamma}{\partial h} H - 2\pi G \rho H \quad (4.9)$$

mit  $\frac{\partial\gamma}{\partial h} = 3,086 \mu\text{ms}^{-2}$  und  $G = 6,673 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-1}$ .

- Die lineare Prädiktion der Bouguer-Anomalien wird durch (Kolmogorov-Wiener Model, s. z. B. Moritz, 1980b, Drewes, 1978b):

$$\Delta \tilde{\mathbf{g}}_p = \mathbf{c}^T \mathbf{C}^{-1} \Delta \mathbf{g} \quad (4.10)$$

dargestellt.  $\Delta \mathbf{g}$  sind die beobachteten Bouguer-Anomalien (Stützpunkte),  $\mathbf{C}$  ist die Varianz-Kovarianz-Matrix der Stützwerte und  $\mathbf{c}$  ist der Vektor der Kovarianzen zwischen den beobachteten und den prädierten Werten.

Die empirischen Kovarianzen der Beobachtungen sind durch

$$C_{\Delta g}(s_{ik}) = E \{ \Delta g_i \cdot \Delta g_k \} \quad (4.11)$$

( $E$  = Erwartungswert) berechenbar.  $i, k$  sind die Beobachtungspunkte,  $s_{ik}$  ist der Abstand zwischen ihnen. Die  $C_{\Delta g}$  werden in 30 Streckenklassen eingeteilt und das Klassenmittel sowie die Varianz  $C_{\Delta g}(s=0) = C_0$  werden bestimmt. Das Gewicht jeder Klasse entspricht der Anzahl der Produkte ( $\Delta g_i \Delta g_k$ ), die sie enthält. Die empirischen Kovarianzen werden durch eine exponentielle Funktion

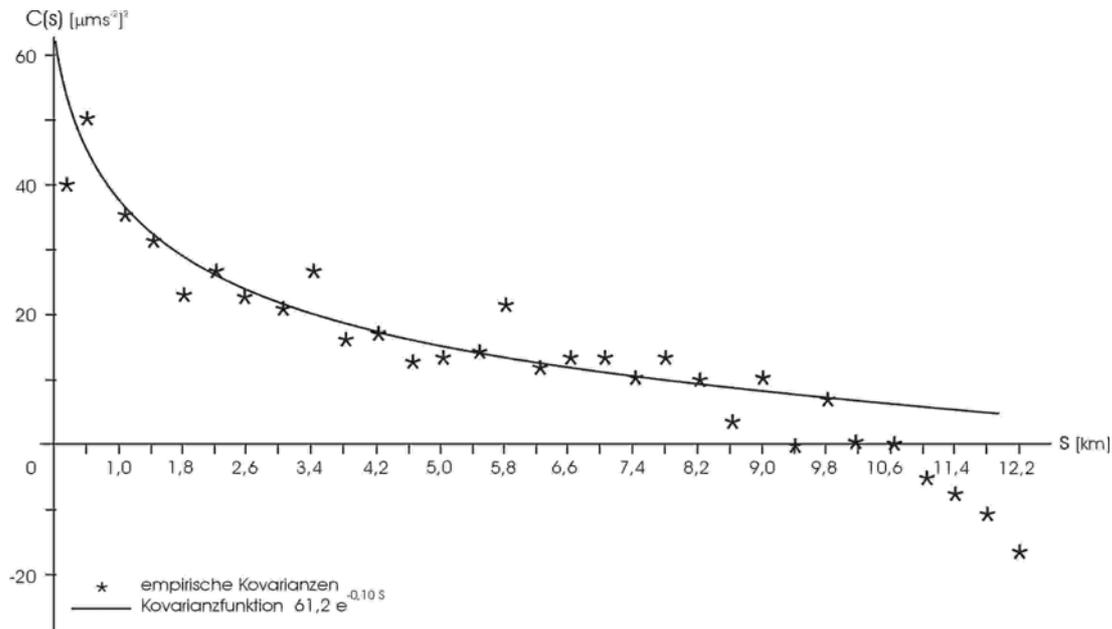
$$C(s_{ik}) = a e^{-b \cdot s_{ik}} \quad (4.12)$$

approximiert. Hier sind  $a$  und  $b$  durch Ausgleichung nach vermittelnden Beobachtungen zu bestimmen. Die Matrix  $\mathbf{C}$  ist symmetrisch und vollbesetzt, ihre Hauptdiagonale ( $i = k$ ) enthält die Varianz  $C_0$ . Die Elemente des Vektors  $\mathbf{c}$  werden gemäß dem Abstand zwischen dem neuen Punkt und jedem Stützpunkt dargestellt. Die Abbildung 4.9 zeigt ein Beispiel der berechneten Kovarianzfunktion.

Der aus dem Prädiktions-Algorithmus resultierende Interpolationsfehler ( $m_{\Delta \tilde{\mathbf{g}}}^2$ ) ist durch

$$m_{\Delta \tilde{\mathbf{g}}}^2 = C_0 - \mathbf{c}^T \cdot \mathbf{C}^{-1} \mathbf{c} \quad (4.13)$$

zu berechnen (Moritz, 1963). Es hängt hauptsächlich vom minimalen Abstand des interpolierten Punktes von einem Stützpunkt ab.



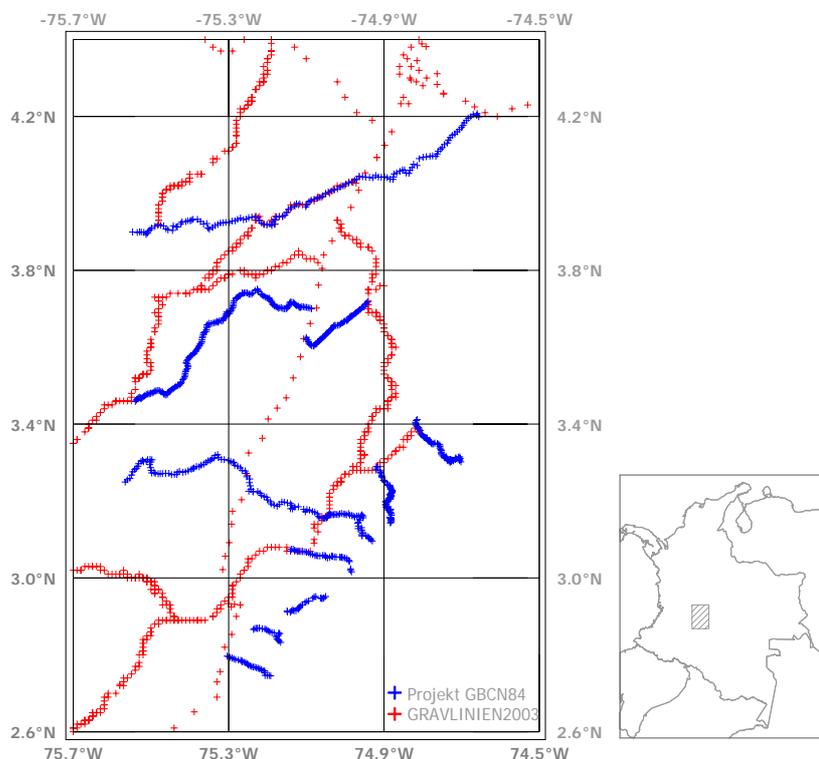
**Abbildung 4.9** Empirische Kovarianzen und bestangepasste Kovarianzfunktion bei der Interpolation von Bouguer-Anomalien

- Die GRAVLINIEN2003-Punkte, die im Gebiet jedes ECOJETROL-Projektes liegen, werden nach (4.10) ... (4.12), durch die Berücksichtigung der 50 nächsten  $\Delta g$ -Werte mit einem Programm von Drewes (1978b) präzidiert. Die interpolierten  $\Delta g$ -Werte, deren Interpolationsfehler (4.13) kleiner oder gleich  $\pm 10 \mu\text{ms}^{-2}$  ist, werden für die Berechnung der Differenzen zwischen der interpolierten und beobachteten Schwere angenommen. Das Mittel dieser Differenzen zeigt den systematischen Widerspruch zwischen jedem ECOJETROL-Projekt und GRAVLINIEN2003. Es werden beim Mittel nicht alle interpolierten Werte berücksichtigt, weil bei größeren Fehlern die Gefahr besteht, dass es sich wegen des größeren minimalen Abstands nicht um identische Punkte handelt.

Das in dieser Arbeit erläuterte Verfahren, um die ECOJETROL-Projekte zu evaluieren, wird durch das folgende Beispiel gezeigt. Das Projekt GBCN84 (Identifizierung nach ECOJETROL) enthält 394 Schwerewerte, die zwischen ( $\varphi=2,6^\circ\text{N}$ ,  $\lambda=75,7^\circ\text{W}$ ) und ( $\varphi=4,2^\circ\text{N}$ ,  $\lambda=74,5^\circ\text{W}$ ) liegen. In diesem Gebiet existieren auch 125 GRAVLINIEN2003-Punkte, deren Abstand zu GBCN84-Punkten kleiner als 5 km ist (Abb. 4.10). Die aus dem Projekt GBCN84 berechneten Bouguer-Anomalien werden für diese 125 Punkte nach (4.10) ... (4.12) interpoliert, dafür wird die Kovarianzfunktion für jeden GRAVLINIEN2003-Punkt aus den 50 nächsten GBCN84-Punkten gebildet. Dann werden die Schwerewerte zurückberechnet und mit der beobachteten Schwere verglichen. Die Tabelle 4.4 zeigt die Interpolationswerte für die ersten 15 Punkte.

Das Mittel der Differenzen für die Werte mit Interpolationsfehlern kleiner oder gleich  $\pm 10 \mu\text{ms}^{-2}$  (14 Punkte) ist  $-164,19 \mu\text{ms}^{-2}$ ; für die Punkte mit Interpolationsfehlern kleiner als  $\pm 20 \mu\text{ms}^{-2}$  (38 Punkte) ist das Mittel  $-165,06 \mu\text{ms}^{-2}$ . Diese Unterschiede zeigen, dass das Niveau der Schwerewerte im Projekt GBCN84 etwa  $165 \mu\text{ms}^{-2}$  über dem Niveau von SIGNAR ist. Das bedeutet, dass dieses Projekt offenbar

auf das Potsdamer System bezogen ist. Außerdem ist der Fehler der Anschlusspunkte enthalten. Deshalb werden ihre Schwerewerte um  $-164,2 \mu\text{ms}^{-2}$  korrigiert.



**Abbildung 4.10** Beispiel der Bereinigung der Daten der Erdölgesellschaften: Projekt GBCN84

**Tabelle 4.4** Interpolation von Bouguer-Anomalien für die Bereinigung der Daten der Erdölgesellschaften: Projekt GBCN84

$\varphi$ [°]	$\lambda$ [°]	$\Delta\tilde{g}$ [ $\mu\text{ms}^{-2}$ ]	$\pm m_{\Delta\tilde{g}}^2$ [ $\mu\text{ms}^{-2}$ ]	interpolierte Schwere ( $\tilde{g}$ ) [ $\mu\text{ms}^{-2}$ ]	beobachtete Schwere ( $g_{\text{Beob}}$ ) [ $\mu\text{ms}^{-2}$ ]	$g_{\text{Beob}} - \tilde{g}$ [ $\mu\text{ms}^{-2}$ ]
3,72 N	74,94 W	-1292	2	9778547	9778388,75	-158,25
3,71 N	74,94 W	-1287	2	9778541	9778398,75	-142,25
3,95 N	75,15 W	-1224	3	9778620	9778454,38	-165,62
3,70 N	74,94 W	-1284	4	9778244	9778064,38	-179,62
4,00 N	75,05 W	-1361	4	9778542	9778376,88	-165,12
3,75 N	74,92 W	-1285	4	9778579	9778409,38	-169,62
3,94 N	75,17 W	-1235	5	9778630	9778473,75	-156,25
3,92 N	75,21 W	-1343	5	9778493	9778336,25	-156,75
3,92 N	75,21 W	-1343	7	9778466	9778293,75	-172,25
3,93 N	75,22 W	-1352	7	9778492	9778328,75	-163,25
3,94 N	75,16 W	-1224	8	9778621	9778451,88	-169,12
4,01 N	75,03 W	-1377	9	9778535	9778365,63	-169,37
4,01 N	75,03 W	-1377	10	9778528	9778362,50	-165,50
4,03 N	74,98 W	-1370	10	9778580	9778414,38	-165,62
3,93 N	75,18 W	-1272	12	9778602	9778445,63	-156,37

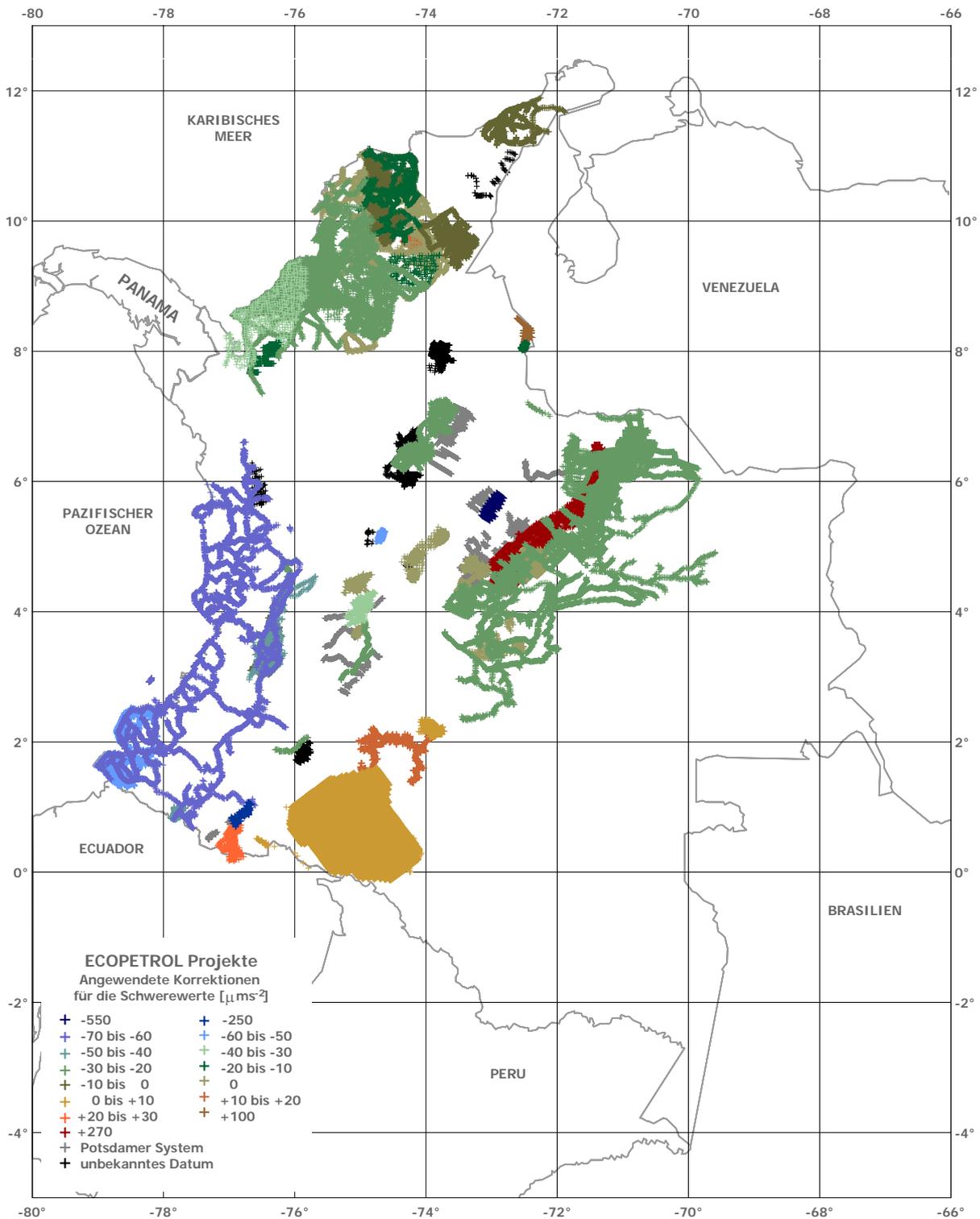


Abbildung 4.11 Angewendete Korrekturen bei der Bereinigung der Daten der Erdölgesellschaft

Die Evaluierung der ECOPETROL-Projekte kann in fünf Gruppen klassifiziert werden: Die erste Gruppe entspricht den Daten (14%), die auf IGSN71 bzw. SIGNAR bezogen sind, und keine Korrektur bekommen haben. Die zweite Gruppe schließt die Projekte (6%) ein, die auf das Potsdamer System bezogen sind, und Korrekturen zwischen  $-137,57 \mu\text{ms}^{-2}$  und  $-189,41 \mu\text{ms}^{-2}$  bekommen. Die dritte Gruppe enthält die Projekte (55%), die auf IGSN71 bzw. SIGNAR bezogen sind, aber systematische Differenzen haben. Die angewendeten Korrekturen für diese Projekte liegen zwischen  $-28,00 \mu\text{ms}^{-2}$  und  $+16,85 \mu\text{ms}^{-2}$  und entsprechen den Differenzen zwischen der neuen Ausgleichung von GRAVLINIEN2003 und den alten Werten [4.1.3, Abb. 4.7]. Die Gruppe vier ordnet die Projekte (22%) zu, die auf ein lokales (unbekanntes) gravimetrisches Datum bezogen sind und deren Korrekturen bestimmt werden konnten. Solche Korrekturen variieren zwischen  $-60 \mu\text{ms}^{-2}$  und  $+60 \mu\text{ms}^{-2}$ , außer vier Projekten mit extremen Werten:  $-556 \mu\text{ms}^{-2}$ ,  $-254 \mu\text{ms}^{-2}$ ,  $+103 \mu\text{ms}^{-2}$  und  $+270 \mu\text{ms}^{-2}$ . Schließlich weist die fünfte Gruppe die Projekte (3%) auf, für die keine systematische Differenz zwischen der interpolierten und beobachteten Schwere gefunden werden konnte. Diese Schwerwerte werden in die Geoid-Bestimmung aufgenommen wie sie sind. Die Abbildung 4.11 zeigt die geographische Verteilung der angewendeten Korrekturen. Einige Beispiele werden im Anhang B der vorliegenden Arbeit präsentiert. Die Datenbank mit den alten und den bereinigten Werten finden sich im Anhang E.

## 4.2 Fluggravimetrie

Die gravimetrischen Daten von IGAC, DMA (NIMA) und ECOPETROL befinden sich insbesondere in den entwickelten Zonen (wo die Bevölkerung sich konzentriert: die Anden, Nord- und Westküste) und über den Erdölreservoirs (Küste an der Karibik und östliche Savanne). Das Amazonas-Regenwaldgebiet, das mehr als 40% des Landes überdeckt, ist ein natürliches Hindernis für die geodätischen Messungen, und die Verteilung der terrestrischen Schweredaten enthält nur ca. 10 Referenzstationen. 1987 hat AMOCO Oil Company eine Fluggravimetrie über diese Zone durchgeführt (Abb. 4.12a), deren Freiluft- und einfache Bouguer-Anomalien für diese Arbeit nutzbar sind. Unglücklicherweise ist es nicht möglich, eine richtige Evaluierung über die Datenqualität zu machen, da nicht alle benötigten Angaben verfügbar sind.

Die gegebenen Daten enthalten für jeden Ablesepunkt: UTM - Koordinaten (x, y), geographische Koordinaten ( $\varphi$ ,  $\lambda$ ) auf WGS72, Freiluft-Anomalien, einfache Bouguer-Anomalien (mit Gesteinsdichten  $2670 \text{ kg m}^{-3}$  und  $2400 \text{ kg m}^{-3}$ ), Geländereduktion (auch für beide Dichten), topographische und Flughöhe. Insgesamt sind es ca. 320000 Ablesepunkte verteilt in 44 OW-Profilen und 46 NS-Profilen, deren Abstand untereinander 20 km beträgt. Die beiliegende technische Information berichtet, dass die Schwerwerte auf IGSN71 bezogen sind und sich im Erdbodenniveau befinden. Die Anomalien wurden mit der Normalschwereformel des WGS72 berechnet. Weitere Information über die Genauigkeit der Werte ist nicht bekannt.

Das Niveau der Bouguer-Anomalien wurde durch das in Abschnitt [4.1.5] beschriebene Verfahren untersucht. Dafür wurden die Fluggravimetrie-Daten in das GRS80 System (Koordinaten und Normalschwere bzw. Anomalien) umgeformt, dann wurden die neun in der Zone existierenden Referenzstationen (mit ihren Exzentren, Abb. 4.12a) in das Bouguer-Anomalien-Feld der Fluggravimetrie interpoliert. Die Differenzen  $\Delta g_{\text{Beob}} - \Delta \tilde{g}$  liegen zwischen  $-18,3 \mu\text{ms}^{-2}$  und  $+12,1 \mu\text{ms}^{-2}$ , deren Mittelwert  $-6,8 \mu\text{ms}^{-2}$  ist. Als Konsequenz werden diese Bouguer-Anomalien in der hier durchgeführten weiteren Untersuchungen unverändert eingeführt, denn die Streuung der Differenzen und die Prädiktionsfehler sind größer als die Systematik (Mittelwert).

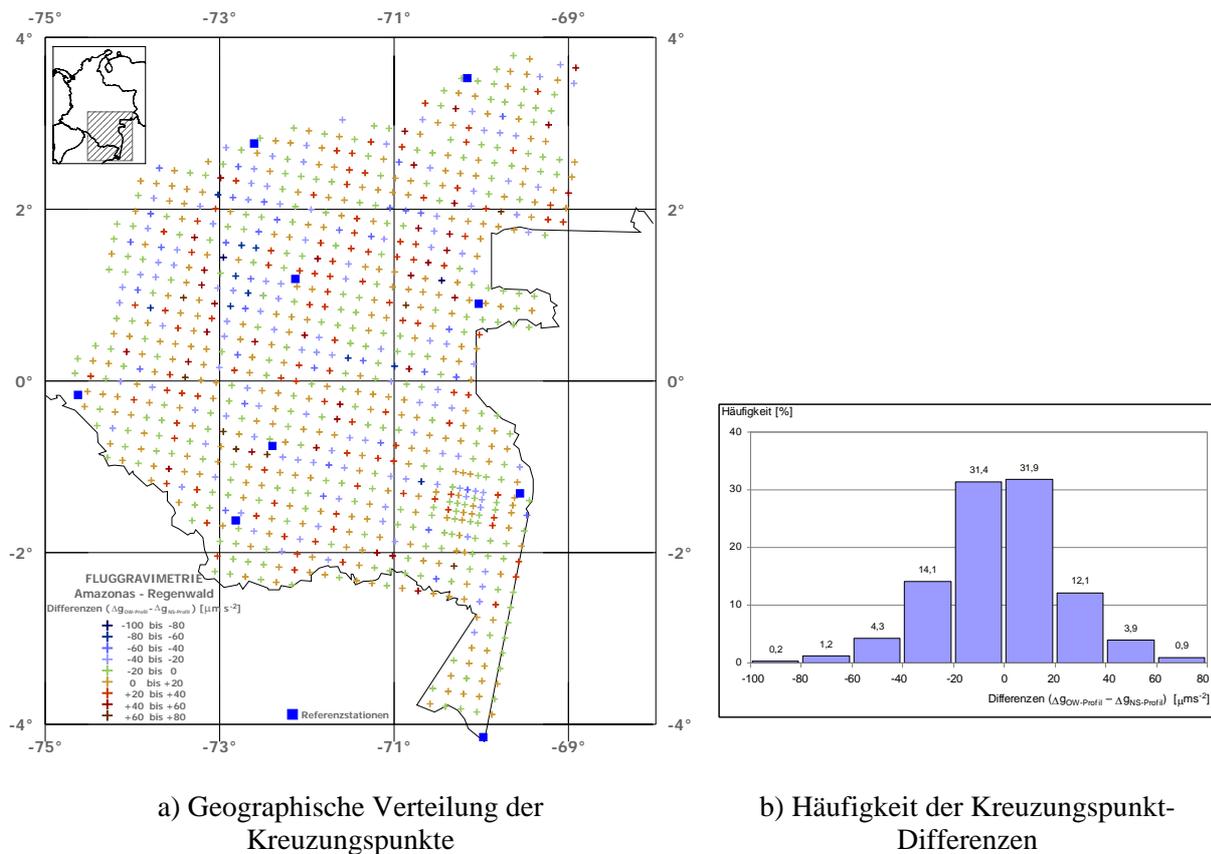


Abbildung 4.12 Kreuzungspunktanalyse bei Fluggravimetrie: Amazonas-Regenwald Zone

In der Folge wurden die Kreuzungspunkte zwischen den OW- und NS-Linien identifiziert und die Bouguer-Anomalien-Differenzen ( $\Delta g_{\text{OW}} - \Delta g_{\text{NS}}$ ) berechnet. Sie liegen zwischen  $-92 \mu\text{m s}^{-2}$  und  $+79 \mu\text{m s}^{-2}$  (Abb. 4.12b). Diese Unterschiede hängen von der Genauigkeit der Flugzeugposition (Lagekoordinaten, Flughöhe), der Eötvös Reduktion, der topographischen Höhe und der Schweremessung ab. Da im Messjahr (1987) das *Global Positioning System* (GPS) nicht total eingerichtet war, ist es denkbar, dass das Navy Navigation Satellite System (TRANSIT) für die Koordinatenbestimmung angewendet wurde. Das bedeutet, dass die Lagekoordinaten eine Genauigkeit geringer als  $\pm 200$  m haben. Unter der Voraussetzung, dass die Flugzeuggeschwindigkeit mit einer Genauigkeit von  $\pm 0,04 \text{ ms}^{-1}$  und die Flugrichtung mit  $\pm 0,03^{\circ}$  (beste Messstandards zur Epoche) gemessen wurden, sollte die Eötvös-Reduktion eine Präzision um  $\pm 5 \mu\text{m s}^{-2}$  haben. Hinzu kommt auch die niedrige Genauigkeit ( $\sim \pm 3$  m) der Flughöhenbestimmung, die Fehler bis zu  $\pm 10 \mu\text{m s}^{-2}$  in der Freiluft-Anomalien erzeugen kann. Insgesamt kann mit einer Genauigkeit der endgültigen Werte um etwa  $\pm 50 \dots 100 \mu\text{m s}^{-2}$  (Torge, 1989, S. 289) gerechnet werden. Die berechneten Differenzen ( $\Delta g_{\text{OW}} - \Delta g_{\text{NS}}$ ) liegen in dieser Größenordnung. Da auch die in Abb. 4.12a dargestellten Differenzen kein erkennbares Muster bilden, ist eine Korrektur der Daten, z. B. durch eine flächenhafte Funktion, nicht sinnvoll.

Gemäß den oberen Bemerkungen werden in dieser Arbeit nur die mittleren Anomalien in allen Kreuzungspunkten übernommen. Dies garantiert eine Minimierung der Fehler, da der mittlere Fehler des einfachen arithmetischen Mittels mit der Wurzel der Wiederholungszahl (2) zurückgeht. Die Schwerewerte in den finden sich im Anhang E.

### 4.3 Satellitenaltimetrie

Die geographische Position Kolumbiens (mit Küsten am pazifischen Ozean und am karibischen Meer) erfordert die Berücksichtigung von gravimetrischen Daten im Bereich der Ozeane, um ein möglichst lückenloses Schweresignal zu erzeugen und die Abbruchfehler an den Grenzen des kontinentalen Geoids bzw. Quasigeoids zu vermeiden. Für die in dieser Arbeit durchgeführte Geoidbestimmung werden die aus der Satellitenaltimetrie berechneten Schwereanomalien (Freiluft-Anomalien) von Sandwell & Smith v. 9.1 auf den Meeresgebieten eingeführt. Diese Daten wurden dem ftp-Server der *Scripps Institution of Oceanography*, California ([http://topex.ucsd.edu/marine\\_grav/mar\\_grav.html](http://topex.ucsd.edu/marine_grav/mar_grav.html)) entnommen.

Die Satellitenaltimetrie-Anomalien wurden aus den Geosat-, TOPEX/Poseidon- und ERS-1-Missionen mit einer Gitterauflösung von 1'x 1' gewonnen. Die angewendete Methode ist in Sandwell and Smith (1997) beschrieben. Das EGM96 mit n,m=360 (Lemoine, et al., 1998) wurde als Referenzmodell angenommen. Dies verbessert die Anpassung an die terrestrischen Anomalien im Küstengebiet im Vergleich mit den früheren Versionen. Die kurzwellige Auflösung des gravimetrischen Signals beträgt ~ 18 km und die Widersprüche mit Schiffschweredaten haben eine mittlere quadratische Abweichung von  $\pm 42 \mu\text{ms}^{-2}$  (Sandwell and Smith, 1997).

Die Hauptvorteile der Satellitenaltimetrie-Anomalien sind ihre homogene Verteilung mit relativ guter Genauigkeit und ihre freie Verfügbarkeit für die Benutzer. Als Nachteile findet man einen großen Einfluss der Meeresspiegelvariationen in den gewonnenen Schweredaten und die unvermeidliche Fehlerzunahme entlang der Küstenbereiche. Deswegen kombinieren viele aktuelle Geoid-Bestimmungen terrestrische, Schiff- und Fluggravimetriedaten mit Satellitenaltimetrie-Schwereanomalien. Die Ergebnisse zeigen im Allgemeinen, dass die systematischen Fehler (z. B. aus SSTop oder aus unmodellierten Gezeiten) der Satellitenaltimetriedaten sehr gut kontrolliert werden können, wenn Schiff- oder Fluggravimetrie-Daten in die Modellierung eingeführt werden. Andererseits wird die Verteilung und Qualität der See- und Fluggravimetrie verbessert, wenn die Satellitenaltimetrie-Werte durch richtige Methoden in die Küstenbereiche interpoliert (bzw. extrapoliert) werden (s. z. B. Olesen, et al., 2002; Fernandes et al., 2000; Andersen & Knudsen, 2000, Hipkin, 2000).

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit einer kontinentalen Lösung, deswegen werden die Satellitenaltimetrie-Anomalien ohne weitere Analysen übernommen, trotz der Bedeutung der verschiedenen Untersuchungen des Geoids und der Anomalien im Bereich der Ozeane. Die Modellierung von kombinierten Daten aus Seegravimetrie mit Satellitenaltimetrie übersteigt den Rahmen dieser Arbeit und ist nicht erforderlich, da die Satellitenaltimetrie nur für die Anpassung am Kontinentalrand dient. Die Kombination der Satellitenaltimetrie-Anomalien mit den terrestrischen Daten wird im Abschnitt [5.1] diskutiert. Die übernommenen Satellitenaltimetrie-Anomalien finden sich im Anhang E.

### 4.4 Schwerefeldmodelle

Das globale Gravitationspotential  $V$  der Erde wird in Allgemeinen durch eine Kugelfunktionsentwicklung, die eine spezielle Lösung der Laplace-Gleichung  $\Delta V=0$  ist, dargestellt. Die entsprechenden Koeffizienten ( $C_{nm}$ ,  $S_{nm}$ ) bilden die Parameter der Schwerefeldmodelle, aus denen die Funktionale des Erdschwerefeldes (Geoidhöhen, Schwereanomalien, Lotabweichungen, Höhenanomalien) durch ihre Beziehungen mit dem Störpotential  $T$  [Tabelle 3.1] abgeleitet werden können. Die Kugelfunktionsentwicklung von  $T$  als Funktion der sphärischen Koordinaten ( $r$ ,  $\theta$ ,  $\lambda$ ) lautet (u. a. Heiskanen and Moritz, 1967; Rapp, 1989; Pavlis, 1997, Torge 2001):

$$T(r, \theta, \lambda) = \frac{GM}{r} \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=0}^n (\Delta \bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \Delta \bar{S}_{nm} \sin m\lambda) \bar{P}_{nm}(\cos \theta) \quad (4.14)$$

wo  $GM$  die geozentrische Gravitationskonstante und  $\bar{P}_{nm}$  die normalisierten Legendre-Funktionen sind.  $\Delta \bar{C}_{nm}, \Delta \bar{S}_{nm}$  zeigen die Differenz zwischen den normalisierten Koeffizienten des tatsächlichen Schwerepotentials  $W$  und des Normalpotentials  $U$ , das durch die geraden zonalen Koeffizienten  $C_{no}$  ( $n = 2, 4, \dots \sim 10$ ) vollständig darstellbar ist. Die Entwicklung beginnt mit dem Grad  $n = 2$ , da Massengleichheit von Ellipsoid und Erdkörper und Zusammenfallen der beiden Schwerpunkte vorausgesetzt wird.

Wenzel (1985, Kapitel 2.2) leitet umfassend die entsprechenden Kugelfunktionsentwicklungen für die anderen Schwereparameter [Tabelle 3.1] ab.

Schwerefeldmodelle niederen Grades werden meist aus Satellitenbahnanalysen berechnet. Die hochauflösenden Schwerefeldmodelle (Modelle höheren Grades) sind meist eine Kombination von aus Satellitenbahnanalyse abgeleiteten Schwerefeldmodellen mit terrestrischen Daten (See-, Flug- und Landgravimetrie) und Satellitenaltimetrie-Daten (ausgewertete Geoidhöhen oder Schwereanomalien). Die Berechnung dieser Modelle kann durch Ausgleichungs- oder Integrationsverfahren geschehen. Im ersten Fall werden alle vom Schwerefeld beeinflussten verfügbaren Beobachtungen in einem Modell verarbeitet und nach der Methode der kleinsten Quadrate ausgeglichen, um den bis zu einem bestimmten Grad  $n$  (und Ordnung  $m$ ) vollständigen Koeffizientensatz zu bestimmen. Im zweiten Fall werden die Orthogonalitätsrelationen der Kugelfunktionen ausgenutzt. Sie erfordern die Vorbereitung von Schwerefeldparametern eines einzigen Typs (normalerweise Schwereanomalien). Deswegen werden die anderen Parameter dorthin transformiert (z. B. Satellitenaltimetrie-Geoidhöhen in mittlere Schwereanomalien). Der Hauptvorteil der Integrationsverfahren ist die Kombination mit anderen bereits vorhandenen Kugelfunktionsmodellen, insbesondere mit aus Satellitenbahnbeobachtungen erstellten Schwerefeldmodelle niederen Grades. Detaillierte Diskussionen über die genannten Verfahren findet man u.a. in Heiskanen and Moritz (1967), Wenzel (1985), Rapp (1997b), Pavlis (1997).

Grad  $n$  und Ordnung  $m$  der Reihenentwicklung hängen von den verfügbaren Beobachtungen und ihrer Verteilung (räumliche Auflösung) ab. Da ein homogener Satz gewünscht wird, werden Flächenmittelwerte der Schwerefeldparameter (z. B.  $1^\circ \times 1^\circ$ - oder  $30' \times 30'$ - mittlere Schwereanomalien bzw. Geoidhöhen) berechnet und auf die leeren Blöcke mit Hilfe eines Modells niedrigen Grades oder einer topographisch-isostatischen Modellierung interpoliert. Torge (2001, S. 274ff) zeigt eine Zusammenfassung der Eigenschaften der bekanntesten Schwerefeldmodelle.

Die Anwendung der Schwerefeldmodelle höheren Grades erhält eine spezielle Bedeutung bei der Bestimmung hochauflösender Geoid- bzw. Quasigeoid-Modelle durch Kombinationsmethoden, die eine grundlegende Rolle in der Definition und Realisierung eines globalen einheitlichen vertikalen Bezugssystems spielen. Ein Hauptnachteil ist dabei die Einführung terrestrischer Anomalien, in die die Inhomogenitäten der relativen lokalen Höhenbezugsniveaus (Mittelwert des Meeresspiegels durch Pegelregistrierungen) die entsprechenden Reduktionen einfließen. Ein Beispiel ist das EGM96 - Modell (Lemoine, et al., 1998), das  $30' \times 30'$ -terrestrische Anomalien, deren Genauigkeit um  $\pm 50 \dots \pm 200 \mu\text{ms}^{-2}$  liegt, in kontinentalen Gebieten enthält, deren Niveau (Datum) wegen unterschiedlicher Höhensysteme sehr verschieden ist.

Um mögliche aus terrestrischen, inhomogenen Anomalien resultierende systematische Fehler der Schwerefeldmodelle zu minimieren, werden in der vorliegenden Arbeit nur Schwerefeldmodelle betrachtet, die entweder nur aus Satellitendaten (satellite-only) berechnet wurden, oder die einfach zusätzliche Normalgleichungen von Flächenmittelanomalien (aus Satellitenaltimetrie und terrestrischen Daten) zu den Normalgleichungen des *satellite-only*-Modells addieren, um ein Modell niederen Grades zu

bestimmen. Zum ersten Fall gehört das Modell EIGEN-2 (*CHAMP-only Earth Gravity Field Model*; Reigber, et al. 2003), zum zweiten Fall das TEG-4 Cp (Texas Earth Gravity 4; Tapley et al., 2001). Daneben wird auch das EGM96 - Modell verwendet, um die Unterschiede besser zu erkennen. Die nach DGFI (2001/2002) erstellte Tabelle 4.5 fasst einige Kennzeichen der oben genannten Modelle zusammen.

Die in dieser Arbeit vorbereiteten terrestrischen Daten [Abschnitte 4.1, 4.2] werden mit den Anomalien aus Schwerefeldmodellen verglichen, um mögliche Systematiken im Niveau des lokalen Datensatzes zu identifizieren. Dafür werden die Schwereanomalien der Modelle ( $\Delta g_{GGM}$ ) gemäß den Formeln (4.14) und (3.4b) berechnet. Die harmonischen Koeffizienten jedes Modells werden auf die Epoche 2000.0 gemäß der Tabelle 4.5 bezogen und das Modell TEG-4 wird auch in das „tide-free“ System transformiert (Tapley et al., 2001). Das Niveauellipsoid ist das GRS80 (Moritz, 1980).

**Tabelle 4.5** Kennzeichen der Schwerefeldmodelle EGM96, TEG-4 und EIGEN-2  
(nach DGFI, 2001/2002)

Kennzeichen	EGM96	TEG-4	EIGEN-2
Herausgabe durch Jahr	NASA/NIMA/OSU 07/1998	CRS – U. Texas 12/2001	GFZ 01/2003
Modell-Typ Beschreibung	sat + alt + terr Lemoine, et al. 1998	sat (+ CHAMP) Tapley, et al. 2001	CHAMP-only Reigber, et al. 2003
Max Grad/Ordnung GM [ $10^9 \text{ m}^3 \text{ s}^{-2}$ ] a [m] Gezeiten system	360 398 600, 4415 6 378 136,3 tide - free	200 398 600, 4415 6 378 136,3 zero – tide	140* 398 600, 4415 6 378 136,46 tide – free
Epoche dC <sub>20</sub> /dt [ $10^{-11}/\text{a}$ ] dC <sub>21</sub> /dt [ $10^{-11}/\text{a}$ ] dS <sub>21</sub> /dt [ $10^{-11}/\text{a}$ ]	1986.0 +1,162 755 34 -0,32 +1,62	1986.0 +1,162 755 -0,337 +1,606	1997.0 +0,729 405

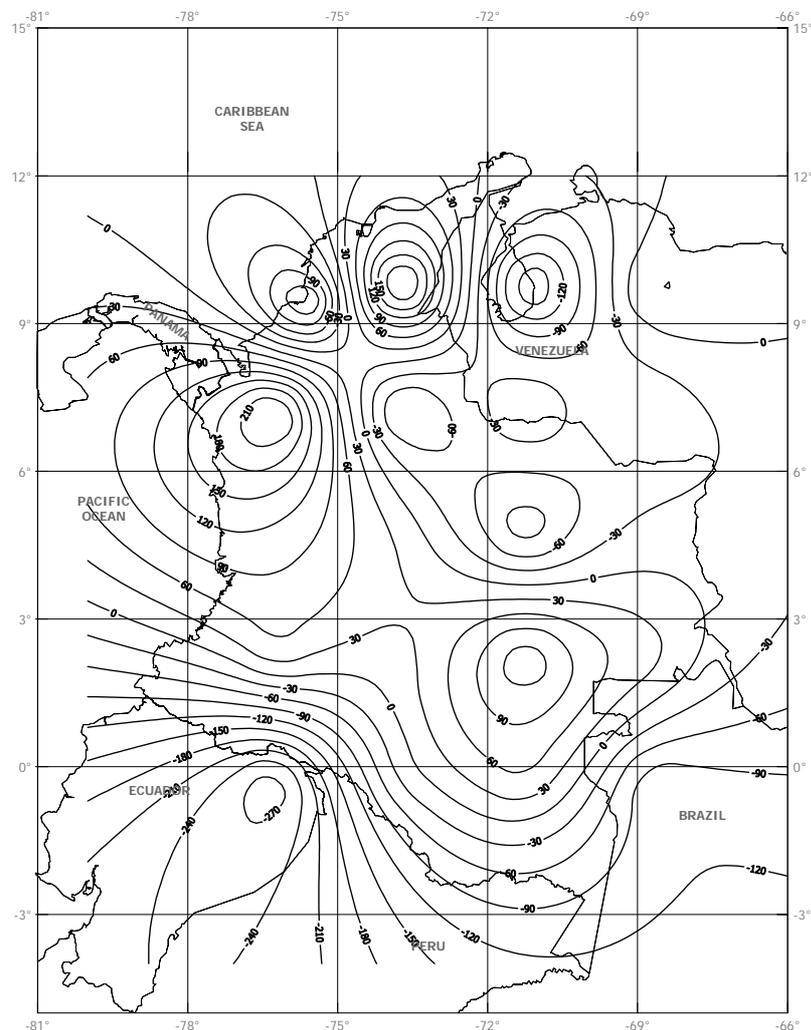
\* maximaler Grad nur für einige Ordnung (Resonanzterme)

Zum Vergleich mit den globalen Anomalien werden die regionalen Datensätze in zwei Arten mittlerer Anomalien bereit gestellt. Der erste Satz enthält mittlere Freiluft-Anomalien ( $\Delta g_{FL}$ ), der zweite Faye-Anomalien ( $\Delta g_{Faye}$ ) (Freiluft-Anomalien plus Geländereduktion) [Abschnitt 5.1]. Sie berücksichtigen die Effekte der Atmosphäre und des „zero-tide“-Terms, um mit den globalen Anomalien kompatibel zu sein. Der Vergleich wird wegen der geringen Auflösung der globalen Modelle (besonders EIGEN-2) mit etwa 300 km-(langwelligen) Schwerefeldstrukturen durchgeführt.

Zunächst wird die Konsistenz der globalen Modelle in Kolumbien überprüft. Dazu werden die Differenzen zwischen den Anomalien berechnet [Tabelle 4.6]. Das absolute Niveau der Modelle (Mittelwert der Differenzen) passt miteinander in guter Näherung zusammen. Trotzdem weist das Modell EIGEN-2 im Vergleich mit den anderen beiden Modellen sehr große Abweichungen ( $\sim \pm 293 \mu\text{ms}^{-2}$ ) auf. Die graphische Darstellung dieser Unterschiede [Abb. 4.13, weitere Bilder im Anhang C] zeigt eine starke Tendenz in Nord-Süd-Richtung. Im Gegenteil stellen die Differenzen zwischen TEG-4 und EGM96, die sich um  $\pm 70 \mu\text{ms}^{-2}$  unterscheiden, kein erkennbares Muster dar [Anhang C].

**Tabelle 4.6** Differenzen zwischen den Anomalien der Schwerefeldmodelle in Kolumbien

	TEG-4 minus EGM96	TEG-4 minus EIGEN-2	EGM96 minus EIGEN-2
Maximum [ $\mu\text{ms}^{-2}$ ]	+70,90	+265,10	+294,70
Minimum [ $\mu\text{ms}^{-2}$ ]	-72,70	-293,10	-293,50
Mittel [ $\mu\text{ms}^{-2}$ ]	-1,16	-3,94	-2,78
Mittlere quadratische Abweichung [ $\mu\text{ms}^{-2}$ ]	$\pm 38,78$	$\pm 138,96$	$\pm 151,34$

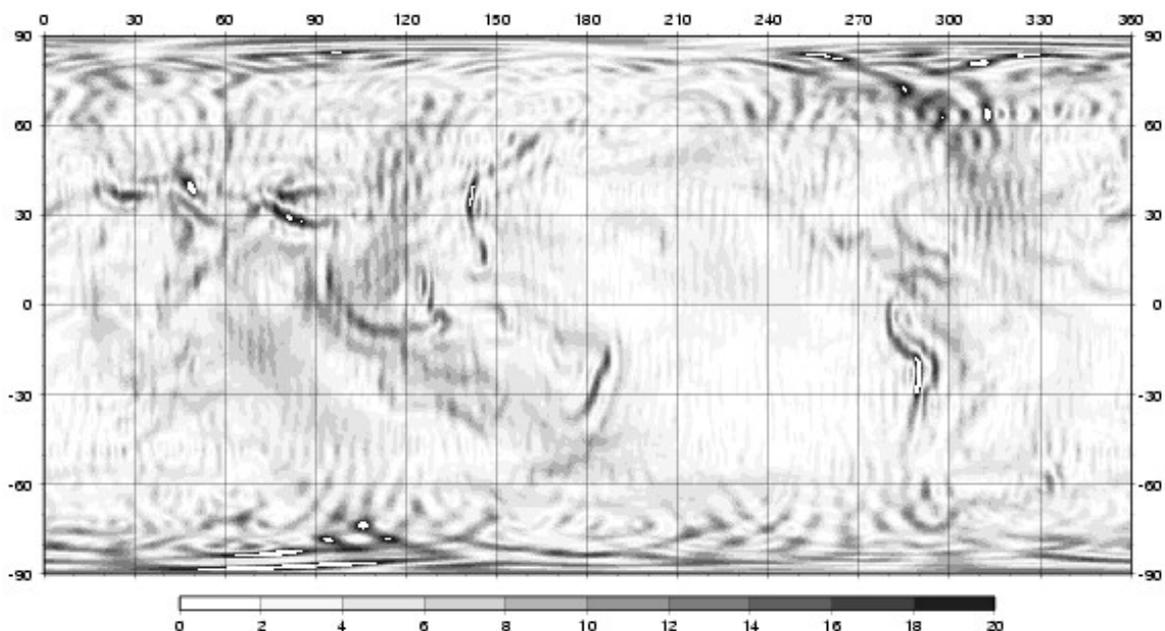
**Abbildung 4.13.** Differenzen mittlerer Anomalien ( $2,5^\circ \times 2,5^\circ$ ) der globalen Schwerefeldmodellen TEG-4 und EIGEN-2 [ $\mu\text{ms}^{-2}$ ]

Nach Bosch (2003) werden auch die Nord-Süd- und Ost-West-Lotabweichungskomponenten [Abschnitt 3.1] aus den neuen Schwerefeldmodellen betrachtet. Sie werden auf einem  $15' \times 15'$ -Raster berechnet. Die Lotabweichungen des EIGEN-2-Schwerefeldmodells (Abb. 4.14a) bilden mit großer Deutlichkeit die

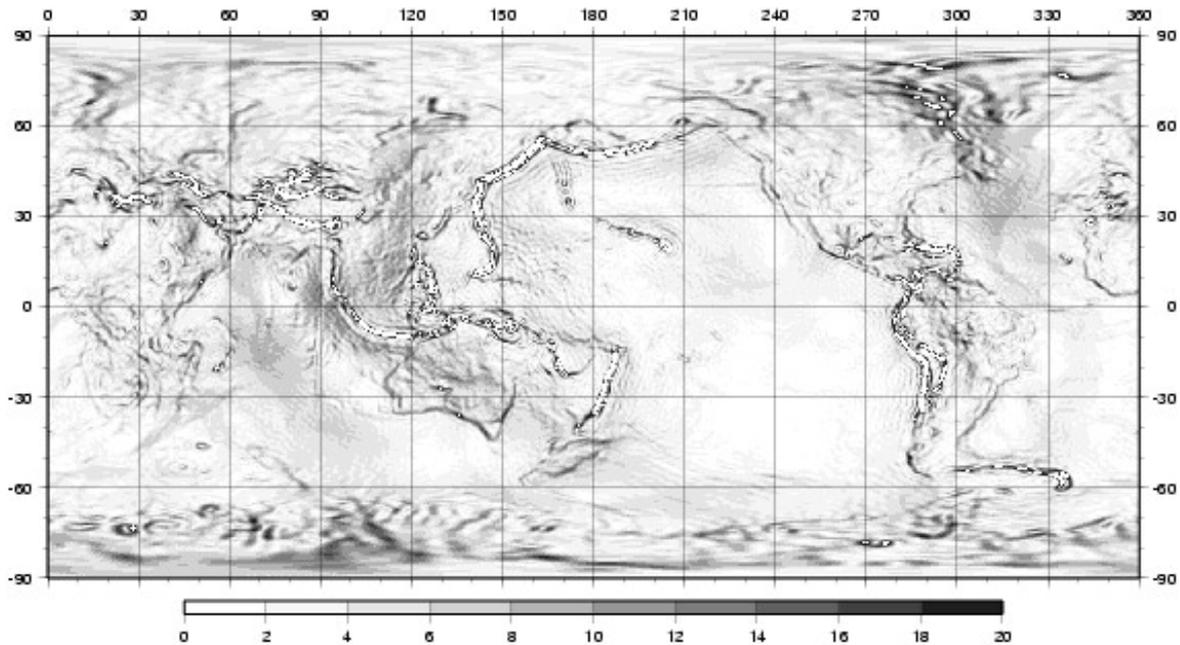
Satellitenspuren ab. Dies muss als Mangel des EIGEN-2 Schwerefeldmodells angesehen werden. Die alleinige Nutzung von CHAMP-Daten erzeugt offensichtlich ein nicht ausreichend glattes Schwerefeldmodell. Aber auch das Modell TEG-4 weist Mängel auf. Mit dem Entwicklungsgrad von  $n = 200$  ist es nicht möglich große Schwereänderungen auf kurzer Distanz wiederzugeben. Es kommt an solchen Stellen zu Gibbschen Phänomenen (Überschwingen der berechneten Funktionen). Auch Kolumbien ist von solchen Gibbschen Phänomenen betroffen. Die Differenzen zwischen den lokalen Freiluft-Anomalien und den Anomalien aus jedem Schwerefeldmodell erzeugen ein ähnliches Muster [Abb. 4.15a, weitere Abbildungen im Anhang C]. Die Null-Differenz-Kurve verläuft in Ost-West-Richtung bei  $\varphi = 4^\circ\text{N}$ , im Norden sind die Differenzen negativ, im Süden positiv. Die Mittelwerte der Differenzen [Tabelle 4.7] weisen im Vergleich mit den globalen Modellen auf ein niedriges Niveau der lokalen Anomalien hin. Trotz der besseren Anpassung mit dem Niveau des EIGEN-2-Modells ( $\sim 10\mu\text{ms}^{-2}$ ) treten dabei die größten Abweichungen ( $-440 \dots +280 \mu\text{ms}^{-2}$ ) auf, die auch die Satellitenbahns Spuren abbilden [Anhang C].

**Tabelle 4.7** Differenzen zwischen Schwerefeldmodelle- und regionalen Anomalien

	EGM96		TEG-4		EIGEN-2	
	$\Delta g_{FL} - \Delta g_{GGM}$	$\Delta g_{Faye} - \Delta g_{GGM}$	$\Delta g_{FL} - \Delta g_{GGM}$	$\Delta g_{Faye} - \Delta g_{GGM}$	$\Delta g_{FL} - \Delta g_{GGM}$	$\Delta g_{Faye} - \Delta g_{GGM}$
Maximum [ $\mu\text{ms}^{-2}$ ]	+196,60	+213,20	+229,20	+251,70	+279,90	+351,80
Minimum [ $\mu\text{ms}^{-2}$ ]	-326,94	-29,10	-332,14	-17,20	-439,24	-269,00
Mittel [ $\mu\text{ms}^{-2}$ ]	-35,86	+92,95	-37,47	+94,11	-9,83	+90,17
Mittlere quadratische Abweichung [ $\mu\text{ms}^{-2}$ ]	$\pm 163,25$	$\pm 71,96$	$\pm 165,46$	$\pm 83,53$	$\pm 194,10$	$\pm 169,06$



**Abbildung 4.14a.** Lotabweichungen des EIGEN-2-Modells ["]  
(bereit gestellt durch Wolfgang Bosch, DGFI, München)



**Abbildung 4.14b.** Lotabweichungen des TEG-4-Modells ["]  
(bereit gestellt durch Wolfgang Bosch, DGFI, München)

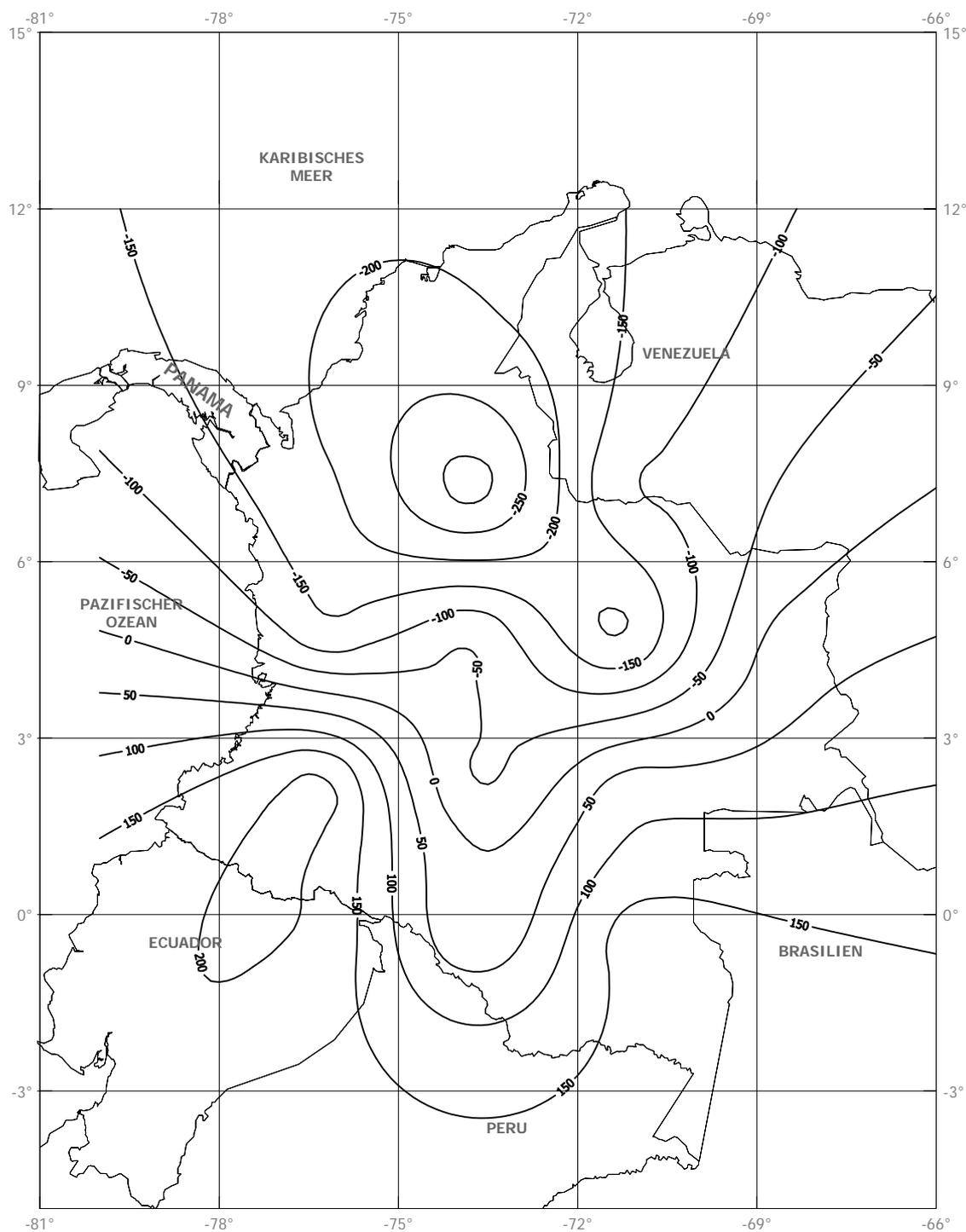
Der Vergleich der Faye-Anomalien mit den Anomalien aus den Schwerfeldmodellen zeigt eine kürzere Spannweite als die der Freiluft-Anomalien (Tabelle 4.7). Die mittlere quadratische Abweichung reduziert sich sogar bis zur Hälfte bei den EGM96- und TEG-4-Modellen [Abb. 4.15b, weitere Bilder im Anhang C]. Dies ist erklärbar, weil aus Schwerfeldmodellen als primäre Schwerfeldparameter die Höhenanomalien abzuleiten sind und die Faye-Anomalien am besten die Randwertbedingung des Molodenski-Problems erfüllen (Moritz, 1980b, S. 419). Die Satellitenmessungen enthalten die Topographie Effekte, während bei den terrestrischen Schweremessungen die oberhalb des Messsystems liegenden topographischen Massen negativ (Anziehung nach oben) wirken. Dieser Effekt wird durch die Geländereduktion beseitigt. Das heißt, die Kombination von Schwerfeldmodellen und terrestrischen Anomalien in Geoid- oder Quasigeoid-Bestimmungen ist präziser, wenn Faye-Anomalien eingeführt werden.

Da die Geländereduktion positiv ist, wird das Niveau (Mittelwert) der lokalen Anomalien angehoben. Bei allen drei Modellen liegt das Mittel der Differenzen um  $\sim +90 \mu\text{ms}^{-2}$ . Dies ist die Größenordnung der möglichen Widersprüche wegen Auflösungsfehler der globalen Modelle und unterschiedlicher Höhensysteme sowie Dichtehypothesen in der Reduktion der terrestrischen Daten. Ein möglicher Dichtefehler von 3% (z. B. 2750 statt  $2670 \text{ kg m}^{-3}$ ) erzeugt bei den erreichten Werten der Geländereduktion von mehr als  $1000 \mu\text{ms}^{-2}$  [s. Abschnitt 5.2] bereits ein Drittel der Differenz. Außerdem werden bei Punkten im Gebirge die Täler mit Massen aufgefüllt, die Geländereduktion vergrößert also immer die Faye-Anomalien. Dieser systematische Effekt wird beim Vergleich mit den Satellitenmodellen sichtbar, hat aber keinen Einfluss auf die lokale Geoid-Berechnung, da er durch die *remove-restore*-Technik wieder beseitigt wird.

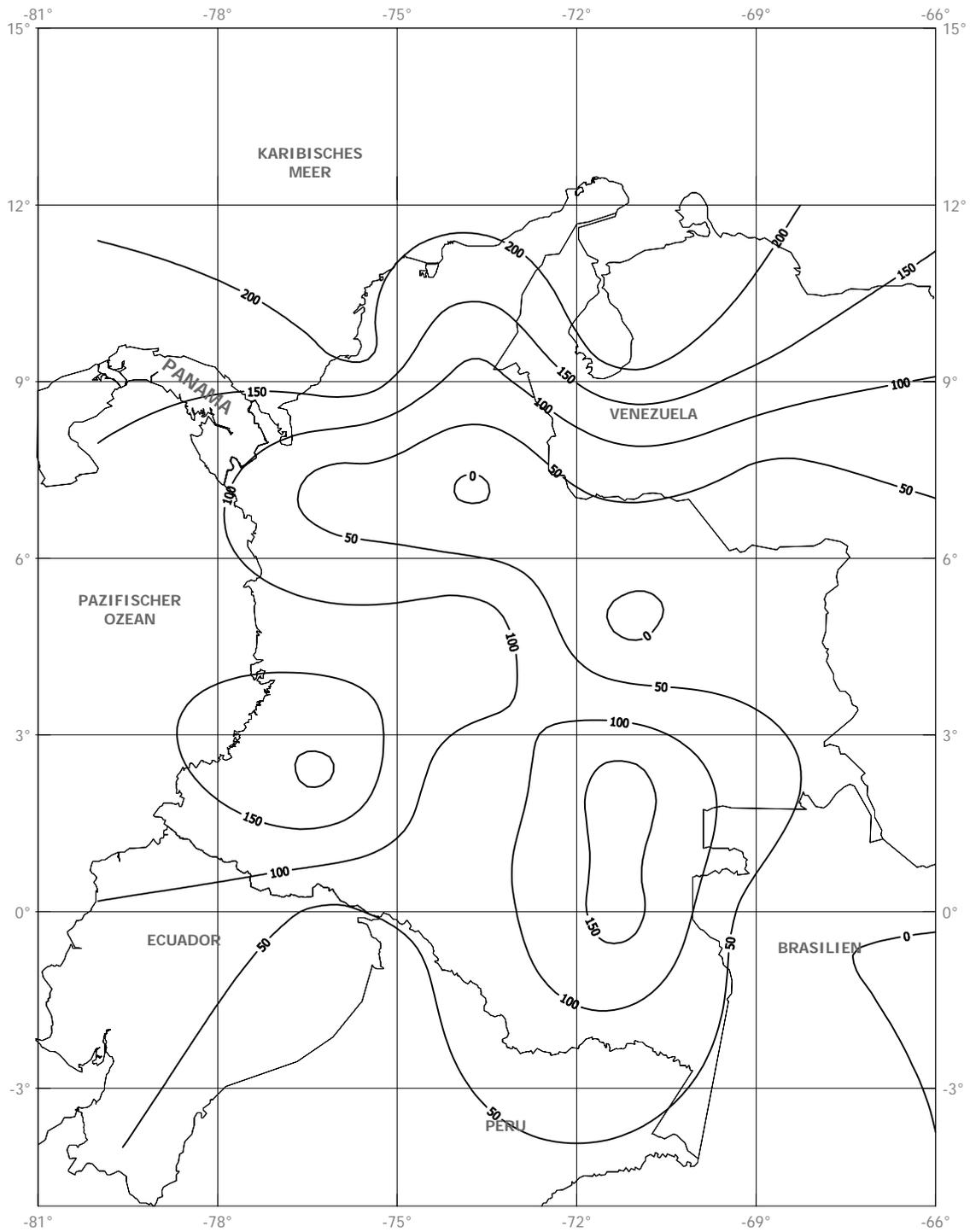
Deswegen wird das Niveau der lokalen Anomalien nicht geändert. Die Identifizierung von systematischen Fehler im lokalen Datensatz mit Hilfe von Schwerfeldmodelle erfordert noch eine höhere Auflösung der Satellitenbeobachtungen. Obwohl die Abweichungen der lokalen Anomalien in den EGM96- und TEG-4-Modellen sehr ähnlich sind, zeigt die geographische Verteilung [Anhang C] eine bessere Anpassung der

lokalen Daten an das TEG-4-Modell. Die Unterschiede mit dem Modell EIGEN-2 weisen noch eine stärkere Korrelation mit den Satellitenbahnspüren auf.

Gemäß den oberen Bemerkungen wird das Erdschwerefeldmodell TEG-4 als globaler Anteil für die Geoid- bzw. Quasigeoid-Bestimmung in der vorliegenden Arbeit angenommen.



**Abbildung 4.15a.** Differenzen zwischen regionalen Freiluft-Anomalien und globalen Modell TEG-4 [ $\mu\text{ms}^{-2}$ ]



**Abbildung 4.15b.** Differenzen zwischen regionalen Faye-Anomalien und globalen Modell TEG-4 [ $\mu\text{ms}^{-2}$ ]

## 5 Schwereanomalien und topographische Effekte

Die Lösung des Randwertproblems nach Molodenski (Formel 3.11 bzw. 315) oder nach Stokes (Formel 3.7) basiert auf flächendeckenden Schwereanomalien auf der Erdoberfläche bzw. auf dem Geoid:

$$\text{Molodenski:} \quad \Delta g = g|_{\text{Erdoberfläche}} - \gamma|_{\text{Telluroid}} \quad (5.1)$$

$$\text{Stokes:} \quad \Delta g_0 = g_0|_{\text{Geoid}} - \gamma_0|_{\text{Ellipsoid}} \quad (5.2)$$

Im zweiten Fall müssen die an der Erdoberfläche gemessenen Schwerewerte punktweise auf das Geoid als Randfläche reduziert werden. Deswegen enthalten die Schwereanomalien ( $\Delta g_0$ ) sowohl Massenreduktionen als auch Reduktionen wegen der Positionsänderungen vom Beobachtungs- zum Berechnungspunkt. Die Massenreduktion berücksichtigt den gravitativen Einfluss der äußeren sich über dem Meeresspiegel (erste Approximation des Geoids) erhebenden topographischen Massen (topographische Reduktion) und der unsichtbaren Massen im Erdinnern (Isostasie) (Magnizki, et al., 1964; Heiskanen und Moritz, 1967).

Die Effekte der topographischen Massen werden in den Anteil einer ebenen oder sphärischen Platte (Bouguer-Platte bzw. Bouguer-Reduktion) und den von der Platte abweichenden Anteil des Geländes (Gelände- oder Reliefreduktion) zerlegt und mit Hilfe von Hypothesen über die topographische Massenverteilung (Gesteinsdichte) berechnet. Die isostatische Reduktion erfordert die Modellierung der Erdkruste, die auch Hypothesen über die Gesteindichte und die Kopplung Erdkruste-Mantel (z. B. Pratt-Hayford, Airy-Heiskanen und Vening Meinesz) enthält (Heiskanen and Vening Meinesz, 1958). Als Folge nehmen die topographische sowie die isostatische Reduktion verschiedene Werte an, wenn die Modellierung verschiedene Annahmen voraussetzt.

Die Reduktion wegen der Verschiebung des Beobachtungspunktes von der Erdoberfläche bis zum Geoid wird Freiluft-Reduktion genannt. Diese Übertragung ist durch den Gradienten des tatsächlichen Erdschwerefeldes ( $\partial g/\partial H$ ) möglich. Weil dieser Gradient auch von der Massenverteilung unterhalb des Punktes abhängt und nicht messbar oder bestimmbar ist, wird er im Allgemeinen durch den normalen Freiluftgradienten ( $\partial \gamma/\partial H$ ) ersetzt.

Nach der Theorie von Molodenski werden die Schwereanomalien (5.1) auf der Erdoberfläche berechnet. Dafür wird die Normalschwere auf dem Ellipsoid  $\gamma_0$  bis zum Telluroid  $\gamma$  (Abb. 3.1) übertragen. Da die Normalschwere und ihr Gradient ( $\partial \gamma/\partial H$ ) gut bekannt sind, stellt diese Übertragung keinerlei Schwierigkeiten dar, und die Einführung von Hypothesen über die Verteilung der inneren Erdmassen ist nicht nötig. Diese Anomalien werden ebenfalls „Freiluft-Anomalien“ genannt, deswegen werden sie ab hier als „Schwereanomalien nach Molodenski“ bezeichnet, um keine Verwechslung mit den oberen Freiluft-Anomalien (nach Stokes) zu haben.

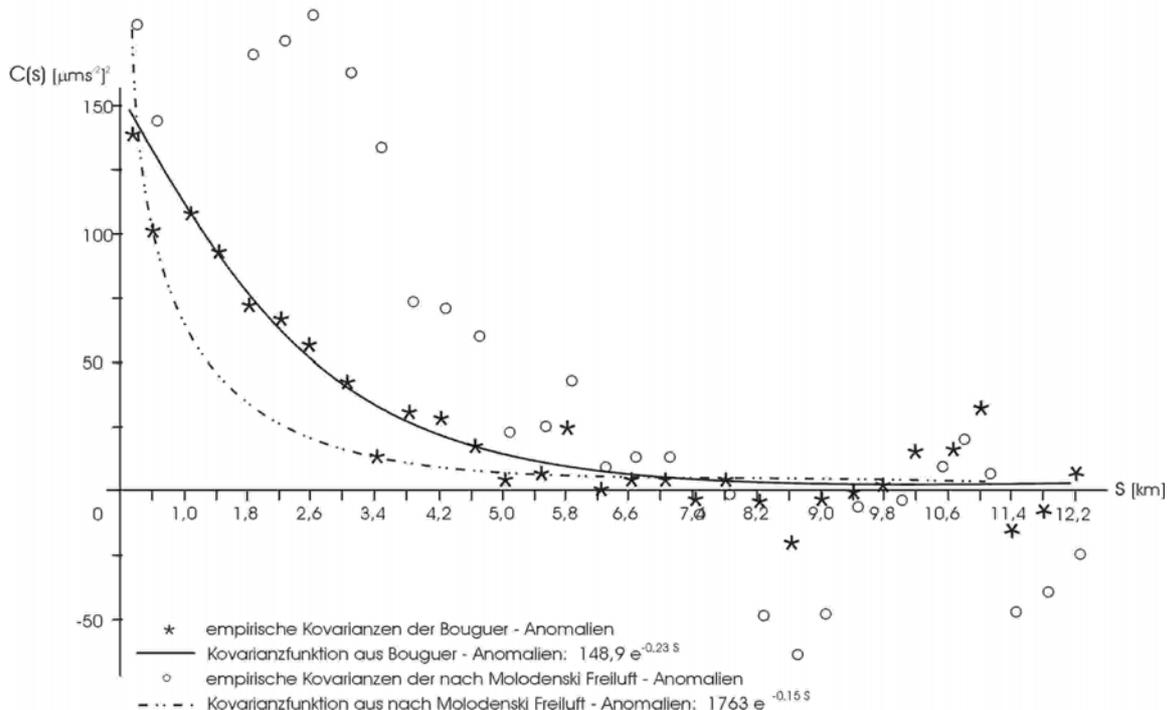
Da die Kenntnisse über die Gesteinsdichte der kolumbianischen Topographie sowie die isostatische Kompensation in dieser tektonisch sehr aktiven Region ungenügend sind, um genaue Modelle zu ermitteln, wird in dieser Arbeit zunächst die Theorie nach Molodenski angewendet und danach aus dem Quasigeoid-Modell mit Hilfe der Beziehung (3.16) ein Geoid-Modell berechnet.

## 5.1 Bildung von Gitterdaten

### 5.1.1 (Terrestrische) Schwereanomalien nach Molodenski

Die numerische Berechnung des Stokes-Integrals in (3.15) wird durch die Summe von Blockmittelwerten der Schwereanomalien nach Molodenski ( $\Delta g$ ) in regelmäßigen Gittern ersetzt. Im Allgemeinen werden diese Gitter in ellipsoidischen Koordinaten ( $B, L$ ) gebildet, die in sphärischer Approximation mit den Kugelkoordinaten ( $\varphi, \lambda$ ) gleichgesetzt werden. Da die gemessenen Schwerewerte punktwise sind, muss die Bestimmung einer flächenhaften Funktion  $\Delta g = \Delta g(\varphi, \lambda)$  durch Interpolation bzw. Prädiktion durchgeführt werden.

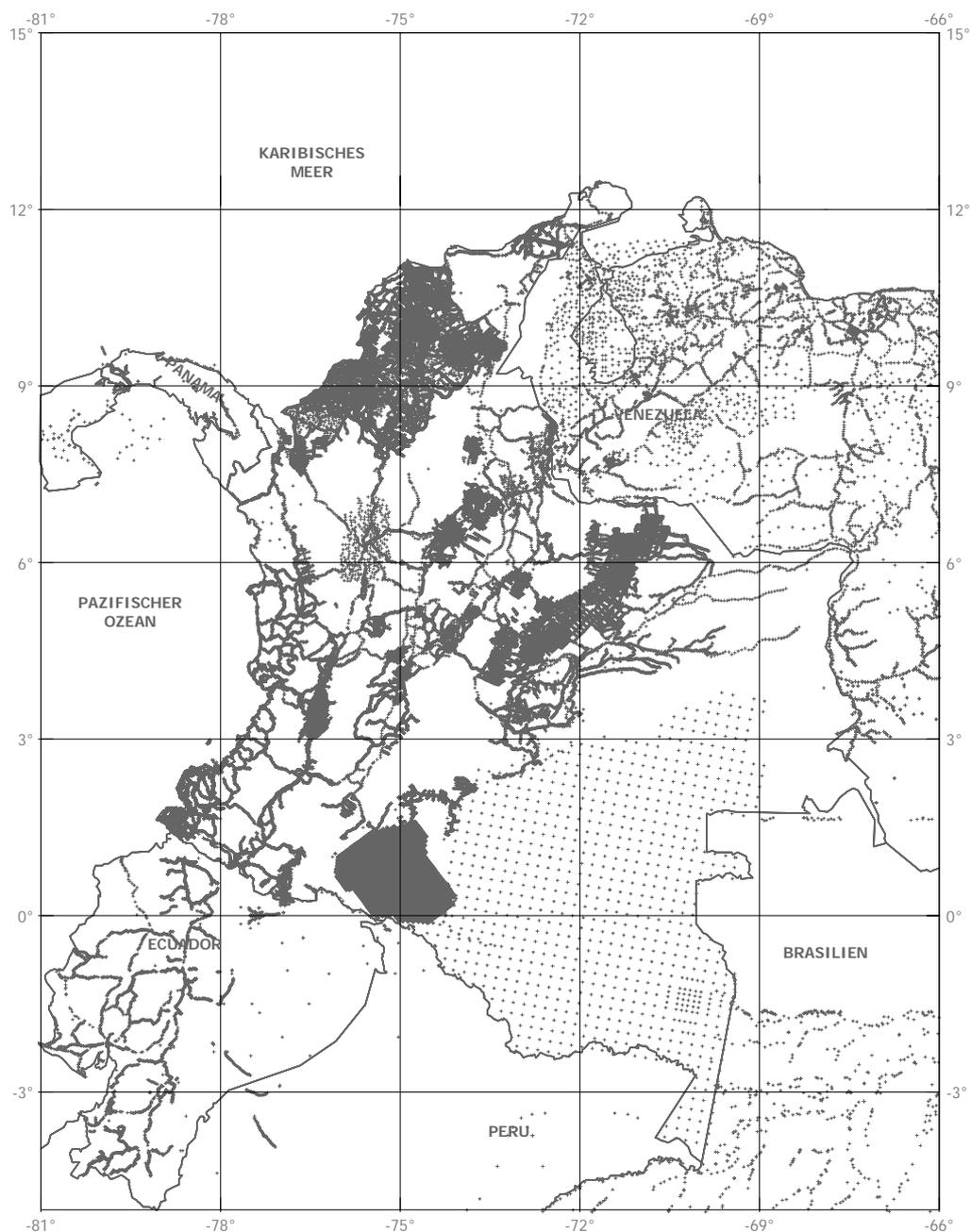
Da die Schwereanomalien nach Molodenski (5.3) in sehr starkem Maße vom Gelände abhängen und da in Gebirgsgegenden (wie Kolumbien) die Schweremessungen meistens in Tälern durchgeführt werden und die Messungen auf den schwer zugänglichen Bergen fehlen, führt die direkte Interpolation dieser Anomalien zu falschen Ergebnissen. Deswegen ist eine indirekte Interpolation notwendig, die sich in gewissem Grad von dem Einfluss des Reliefs befreit. Zum diesen Zweck ist die Interpolation von Bouguer-Anomalien anzuwenden (Torge, 2001, S. 266). Als Beispiel zeigt die Abbildung 5.1 die Kovarianzfunktionen der Interpolation gemäß (4.10) bis (4.12) von einfachen (ohne Geländereduktion) Bouguer- und Molodenski Freiluft-Anomalien eines Punktes. Man erkennt deutlich den glatteren Verlauf der Kovarianzfunktion der Bouguer-Anomalien. Der Interpolationsfehler (4.13) der Bouguer-Anomalien beträgt  $\pm 12,5 \mu\text{ms}^{-2}$ , der von Freiluft-Anomalien nach Molodenski  $\pm 263,9 \mu\text{ms}^{-2}$ .



**Abbildung 5.1** Kovarianzfunktionen bei der Interpolation von Bouguer- und Freiluft-Anomalien nach Molodenski

Hier ist zu betonen, dass die Bouguer-Anomalien nur in der Interpolation benutzt werden; die durch die Bouguer-Plate reduzierten Effekte werden nach der Interpolation wieder addiert.

Die Interpolation der Schwereanomalien nach Molodenski wird im Bereich des kontinentalen Anteils Kolumbiens berechnet. Dafür werden die in den Abschnitten [4.1] und [4.2] beschriebenen terrestrischen- und Flugschweredaten angewendet. Um Abbruchfehler des gravimetrischen Signals an der Grenzen des Landes zu vermeiden, werden Schwerewerte aus den Datenbanken von NIMA und BGI (Bureau Gravimétrique International) in der benachbarten Länder bis zu 5° Entfernung mitgenommen (Abb. 5.2). Der gesamte Datensatz (~ 94000 Schwerewerte) findet sich im Anhang E.



**Abbildung 5.2** Regionale verfügbare Schwerewerte

Die effektive Quasigeoid-Berechnungszone liegt zwischen  $\varphi = 5^\circ \text{ S}$ ,  $\lambda = 80^\circ \text{ W}$  und  $\varphi = 15^\circ \text{ N}$ ,  $\lambda = 66^\circ \text{ W}$ , dafür werden mittlere Anomalienwerte zwischen  $\varphi = 7^\circ \text{ S}$ ,  $\lambda = 82^\circ \text{ W}$  und  $\varphi = 17^\circ \text{ N}$ ,  $\lambda = 64^\circ \text{ W}$  bereit gestellt, die aus Schwerewerten zwischen  $\varphi = 10^\circ \text{ S}$ ,  $\lambda = 85^\circ \text{ W}$  und  $\varphi = 20^\circ \text{ N}$ ,  $\lambda = 60^\circ \text{ W}$  berechnet werden. Die Gebiete, wo keine Schwerpunkte verfügbar sind (z. B. die Amazonas Regenwaldzonen in Peru, Ecuador und Brasilien), werden mit Anomalien aus dem Schwerefeldmodell TEG-4 überdeckt. Die Bouguer-Reduktion für diese TEG-4-Freiluft-Anomalien wird mit Hilfe eines Geländemodells [s. Abschnitt 5.2] berechnet. Das gesamte Verfahren lautet:

- Berechnung der Freiluft-Anomalien nach Molodenski punktweise auf der Erdoberfläche (Heiskanen and Moritz, 1967, S. 293):

$$\Delta g = g - \gamma_0 \left[ 1 - 2(1 + m + f - 2f \sin^2 \varphi) \frac{H^N}{a} + \left( \frac{H^N}{a} \right)^2 \right] \quad (5.3)$$

Hier sind  $m, f, a$  die Parameter des GRS80-Ellipsoids (Moritz, 1980a).  $\gamma_0$  ist die Normalschwere nach Somigliana auf der Ellipsoidoberfläche,  $g$  ist die auf der Erdoberfläche beobachtete Schwere und  $H^N$  ist die Normalhöhe des Beobachtungspunktes. Da die Höhen in Kolumbien keine gravimetrische Reduktion enthalten, soll  $H^N$  durch die nivellierten Höhen  $H$  ersetzt werden.

- Da der globale Anteil des Quasigeoids durch das TEG-4 Modell im „*tide-free*“ System berechnet wird, sollen die terrestrischen Daten, die im „*zero tide*“-System sind, umgerechnet werden. Dafür ist der Reduktionsterm von Honkasalo  $\delta_{tide\ free}$  anzuwenden (Morelli, et al., 1974):

$$\delta_{tide\ free} = -0,37 (1 - 3 \sin^3 \varphi) \quad [\mu\text{ms}^{-2}] \quad (5.4)$$

- Punktweise Berechnung der einfachen Bouguer-Anomalien:

$$\Delta g_B = \Delta g + \delta_B + \delta_{freetide} ; \quad \delta_B = 2\pi G \rho H \approx 4,19 \times 10^{-4} \rho H \quad [\mu\text{ms}^{-2}] \quad (5.5)$$

Da die Bouguer-Platten-Effekte nach der Interpolation wieder addiert werden, beeinflusst die Hypothese über die Gesteinsdichte in (5.5) die Quasigeoid-Berechnung nicht. Hier wird der klassische Wert  $2670 \text{ kg m}^{-3}$  angewendet.

- Interpolation der Bouguer-Anomalien gemäß (4.10) bis (4.12) auf ein  $(I'xI')$ -Gitter.
- Da die Somigliana-Formulierung für die Berechnung der Normalschwere  $\gamma_0$  sowie die Anomalien aus dem Schwerefeldmodell die gravitative Wirkung der atmosphärischen Massen enthalten, soll die atmosphärische Reduktion zu den terrestrischen Anomalien addiert werden (Torge, 1989, S. 54):

$$\delta_A = 8,74 - 9,9 \times 10^{-5} H + 3,56 \times 10^{-9} H^2 \quad [\mu\text{ms}^{-2}] \quad (5.6)$$

$H$  ist in [m] abzugeben. Die atmosphärische Reduktion wird mit Hilfe des Geländemodells [s. Abschnitt 5.2] auf einem  $(1'x1')$ -Gitter berechnet. Die punktweise Berechnung dieser Reduktion vor der Interpolation der Schwereanomalien ist nicht erforderlich, da die Verdichtung der Schwerewerte nicht regelmäßig ist (z. B. überwiegend an Straßen in Tälern), und deshalb systematische Fehler erzeugen werden kann.

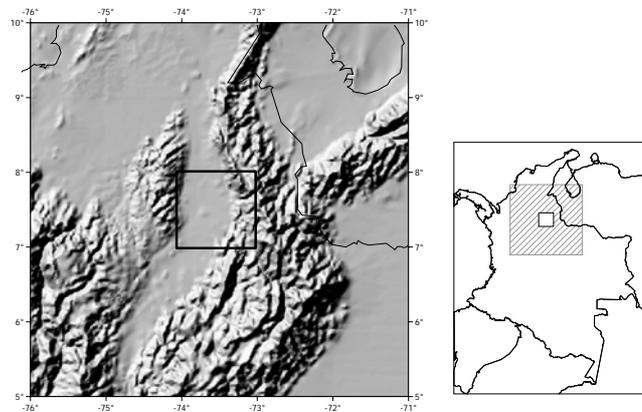
- Bestimmung der Geländereduktion  $\delta_G$  [s. Abschnitt 5.2] auf einem  $(1'x1')$ -Gitter und Addition zu den im  $(1'x1')$ -Gitter interpolierten Schwereanomalien (5.5). Dies ergibt die verfeinerte Bouguer-Anomalien auf einem  $(1'x1')$ -Gitter.
- Ausschließend werden Mittelwerte der  $(2'x2')$ -Gitter aus jeweils vier  $(1'x1')$  Punktwerten berechnet. Damit werden grobe Fehler sowohl in den interpolierten Anomalien als auch in dem Geländemodell reduziert. In dieser Stufe werden die  $(2'x2')$ -Mittelwerte von verfeinerten Bouguer-Anomalien und atmosphärischer Reduktion addiert.
- Bestimmung der Bouguer-Platten-Reduktion in  $(2'x2')$ -Blöcken und Addition als umgekehrter Übergang von verfeinerten Bouguer- in Faye-Anomalien. Zu diesen terrestrischen Werten werden die Schwereanomalien aus der Satellitenaltimetrie [Abschnitt 4.3], die auch in  $(2'x2')$ -Mittelwerten dargestellt werden, hinzugefügt.

Verschiedene Autoren (u. a. Denker and Torge, 1998; Forsberg and Tscherning, 1997; Forsberg, 1997; Fotopoulos, et al., 1999; Smith and Roman, 2001) bestimmen punktweise die Geländereduktion und führen die Interpolation mit den verfeinerten Bouguer-Anomalien (Bouguer-Platte plus Geländereduktion) durch. Danach addieren sie wieder die Effekte der Bouguer-Platte und bekommen die Faye-Anomalien. Dieses Verfahren wird in der vorliegenden Arbeit nicht angewendet, da die Verteilung der Schwerewerte nicht homogen ist und die Reliefeffekte unter- oder überschätzt werden könnten. Die Geländereduktion ist so unregelmäßig wie die Topographie und kann deshalb schlecht interpoliert werden. Dies wird bereits von Magnitzki et al. (1964, S. 168) dargestellt und soll im folgenden Beispiel gezeigt werden.

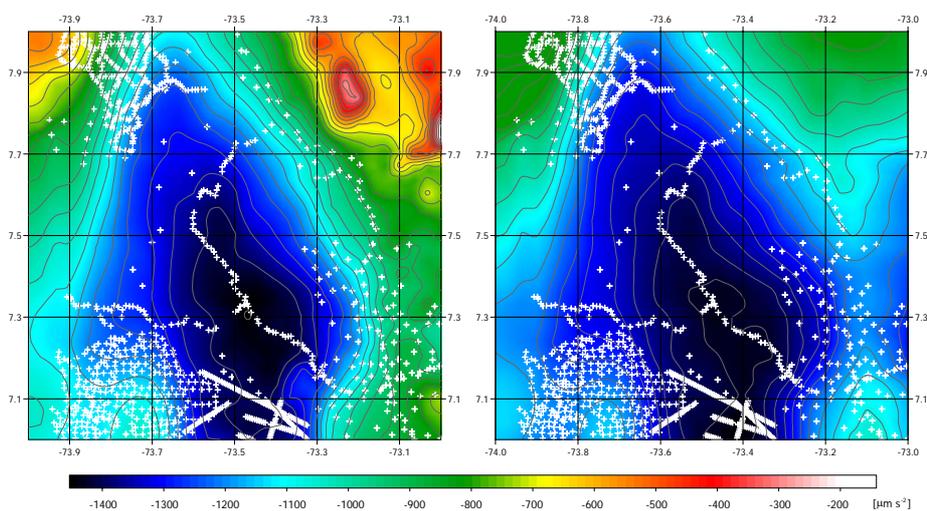
Die Abbildung 5.3a zeigt die topographische Umgebung eines  $(1^\circ x 1^\circ)$ -Blocks [(7°N, 74°W), (8°N, 73°W)]. In diesem Block befinden sich 1245 terrestrische Schwerewerte, deren verfeinerte Bouguer-Anomalien auf einem  $(2'x2')$ -Gitter interpoliert und in der Abbildung 5.3c dargestellt werden. Sie werden *ABT II* genannt. Zum Vergleich wird die Geländereduktion für denselben Block mit Hilfe des digitalen Modells (Abb. 5.3a) auf einem  $(1'x1')$ -Gitter berechnet und zu den in  $(1'x1')$ -Blöcken interpolierten einfachen Bouguer-Anomalien addiert. Die so gewonnenen  $(1'x1')$ -verfeinerten Bouguer-Anomalien werden in  $(2'x2')$ -Mittelwerte umgerechnet und in der Abbildung 5.3b dargestellt. Sie werden als *ABT I* gezeichnet. Der Verlauf von *ABT II* ist glatter als der von *ABT I* (s. Tabelle 5.1, mittlere quadratische Abweichungen). Da sich in der Nord-West- sowie in der Nord-Ost-Gebirgszone keine Schwerewerte befinden, vernachlässigt *ABT II* die Effekte dieser topographischen Massen und bildet kleinere Gradienten in den interpolierten Werten. Als Folge liegen die größten Differenzen (*ABT I* – *ABT II*) über der stärksten Topographie, wo normalerweise keine Schwerebeobachtungen durchgeführt werden können. Die Absolutdifferenz zwischen den Anomalien der zwei Methoden beträgt  $51,4 \mu\text{ms}^{-2}$ , die als systematischer Fehler die Quasigeoid-Bestimmung verfälschen kann. Featherstone and Kirby (2000) und Goos, et al. (2001) zeigen ähnliche Verfahren für die Minierung der „aliasing“ Effekte in der Schwereanomalien- und Geoidhöhen-Bestimmung.

**Tabelle 5.1** Vergleich verschiedener Verfahren für die Abbildung verfeinerter Bouguer-Anomalien auf ein (2'x2')-Gitter

Kennzeichen	<i>ABT I</i>	<i>ABT II</i>	<i>ABT I</i> minus <i>ABT II</i>
Maximum [ $\mu\text{ms}^{-2}$ ]	-141,2	-490,1	+776,5
Minimum [ $\mu\text{ms}^{-2}$ ]	-1453,3	-1410,9	-76,9
Mittel [ $\mu\text{ms}^{-2}$ ]	-1072,7	-1124,1	51,4
Mittlere quadratische Abweichung [ $\mu\text{ms}^{-2}$ ]	$\pm 256,2$	$\pm 190,3$	$\pm 111,2$



a) Topographische Umgebung für die Bestimmung der Geländereduktion



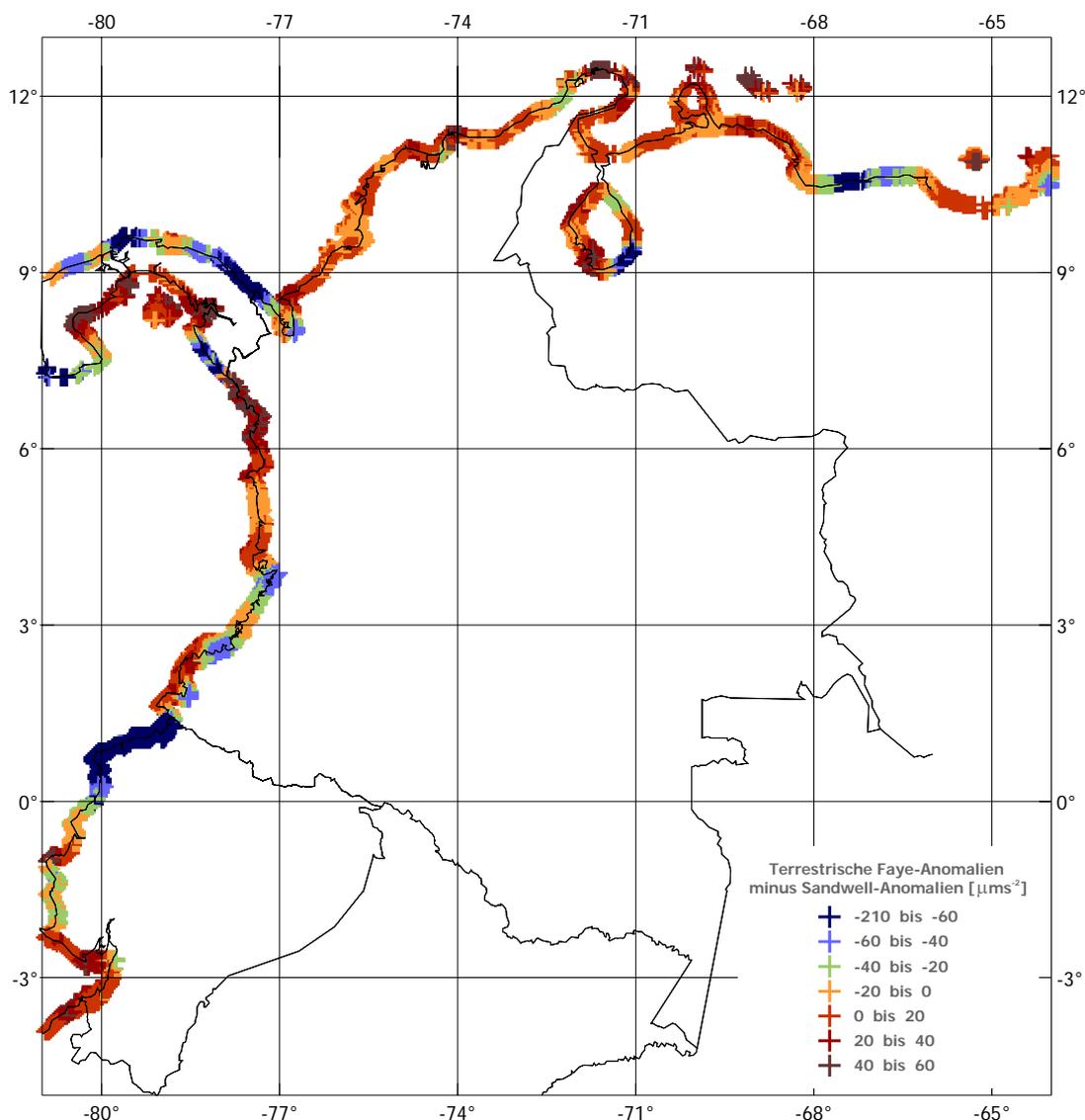
b) (2'x2')-Mittelwerte durch Addition von interpolierten einfachen Bouguer-Anomalien und aus digitalem Geländemodell berechneter Geländereduktion (*ABT I*)

c) (2'x2')-Schwerewerte aus direkter Interpolation von punktwise berechneten verfeinerten Bouguer-Anomalien (*ABT II*)

**Abbildung 5.3** Vergleich verschiedener Verfahren für die Abbildung verfeinerter Bouguer-Anomalien auf ein (2'x2')-Gitter

### 5.1.2 Kombination terrestrischer und Satellitenaltimetrie-Schwereanomalien

Die terrestrischen ( $2' \times 2'$ )-Faye-Anomalien werden im Bereich der Meeresgebiete durch die ( $2' \times 2'$ )-Mittelwerte der Schwerenanomalien aus Satellitenaltimetrie von Sandwell and Smith (1997) [s. Abschnitt 4.2] ergänzt, um einen homogenen Datensatz in der effektiven Berechnungszone für das Quasigeoid zu erhalten. Obwohl die terrestrischen und aus Satellitenaltimetrie berechneten Schwerenanomalien demselben Anomalientyp entsprechen sollten (die Geländereduktion in den Ozeanen wird als Null angenommen), treten Widersprüche im Küstenbereich auf, die als Folge der verschiedenen Verfahren (Messung, Fehlereinfluss, Modellierung) bei der Datengewinnung erklärt werden können. Um solche Widersprüche zu bewerten, werden beide Schwerenanomaliensätze in den ( $2' \times 2'$ )-Blöcken, die auf der Küstenlinie Kolumbiens liegen, verglichen. Hier ist zu bemerken, dass die Identifizierung dieser Blöcke von der Genauigkeit der Koordinaten der Küstenlinien ( $\sim 1000$  m) abhängt.



**Abbildung 5.4** Vergleich der terrestrischen Anomalien nach Molodenski mit den Meeresanomalien von Sandwell and Smith (1997)

Die Abbildung 5.4 zeigt die Differenzen zwischen terrestrischen minus aus Satellitenaltimetrie gewonnenen Anomalien. Die extremen Werte erreichen  $-206,9 \mu\text{ms}^{-2}$  und  $+91,8 \mu\text{ms}^{-2}$ , mit einer mittleren quadratischen Abweichung von  $\pm 38,4 \mu\text{ms}^{-2}$  und einem Mittelwert von  $-4,8 \mu\text{ms}^{-2}$ . Die maximalen Unterschiede treten in den Zonen auf, wo die Küstenlinien starke Variationen haben (Buchten, Flussmündungen, etc.) und die Satellitenaltimetrie deshalb sehr ungenau ist, oder wo der vertikale Gradient der Topographie sehr groß ist (Anstieg der Anden) und die Geländereduktion in den Anomalien auf dem Meer deshalb nicht vernachlässigt werden darf. Aus diesem Grund werden die Sandwell and Smith-Anomalien im Küstenbereich (bis zu 10 km von der Küstenlinie) nicht benutzt, sondern es werden mittlere Anomalien ( $2' \times 2'$ ) zwischen den terrestrischen und den entfernteren Meeresanomalien nach der Methode der kleinsten Quadrate (Formeln (4.10) bis (4.12)) interpoliert.

## 5.2 Der Molodenski Term $G_I$

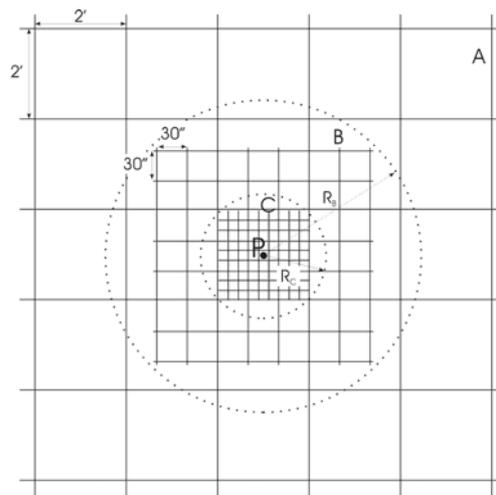
Das erste Glied der Beziehung (3.15) entspricht der Formel von Stokes (3.7), deren Evaluation durch Schwerenanomalien an der Erdoberfläche näherungsweise die Höhenanomalien ergibt. Die Formel von Stokes würde ein völlig ausreichendes Ergebnis liefern, wenn die Schwere in ein und derselben äußeren Niveauläche bekannt wäre. Die Erdoberfläche, auf der  $g$  gemessen wird, weicht jedoch bedeutend von einer Niveauläche ab, weshalb bei der genauen Berechnung des Störpotentials noch kleine Korrekturen eingeführt werden müssen. Der größte Einfluss, gravitative Wirkung der Geländegestalt, wird durch den Term  $G_I$  (3.15) berücksichtigt. Die Korrekturen höherer Ordnung ( $G_2, G_3, \dots$ ), die sich um die Reliefsneigung kümmern, sind so weit vernachlässigbar (Heiskanen and Moritz, 1967, S. 303ff). Unter der Voraussetzung, dass die Schwere linear von der Höhe abhängt, wird  $G_I$  mit der Geländereduktion  $\delta_G$  gleichgesetzt (Sideris, 1990). Aus diesem Grund sind die Faye-Anomalien (s. oben) die geeigneten Randwerte für die Lösung des Randwertproblems nach der Theorie von Molodenski.

Amod and Merry (2001) zeigen, dass bei strenger Berechnungen des  $G_I$ -Terms gewisse Differenzen im Vergleich mit der Geländereduktion  $\delta_G$  auftreten können. Zu bemerken ist, dass  $\delta_G$  immer positiv und im Betrag kleiner als  $G_I$  ist, während  $G_I$  positiv oder negativ sein kann. Da die Berechnung der Schwerenanomalien auf der Erdoberfläche und das in dieser Arbeit angewendete Verfahren für die Gitterbildung durch die Interpolation von Bouguer-Anomalien den Gradienten der Normalschwere anwenden, wird indirekt eine sehr starke Abhängigkeit der Schwere von den Höhen erzeugt. Deswegen wird  $G_I$  der Geländereduktion ohne weitere Untersuchungen gleichgesetzt.

Die Geländereduktion wird durch das Programm *TC* von GRAVSOF (Tscherning, et al., 1992) durchgeführt. Es basiert auf der numerischen Integration der gravitativen Effekte der von der sphärischen Bouguer-Platte abgetragenen oder fehlenden Massen mit konstanter Gesteinsdichte, die in Geländeblocken dargestellt werden (Forsberg, 1997, S. 166ff). Dafür werden drei Integrationszonen definiert (Abb. 5.5), deren Radius und Blockgröße von der Verdichtung des digitalen Geländemodells abhängen. In der vorliegenden Arbeit wird im kontinentalen Bereich das Modell GTOPO30 angewendet, dieses Modell wird durch den *Land Processes Distributed Active Archive Center (LP DAAC)*, beim *U.S. Geological Survey's EROS Data Center* (<http://edcdaac.usgs.gov>) bereit gestellt. In den Ozeanen wird das Meeresboden-Modell von Smith and Sandwell (1997) übernommen.

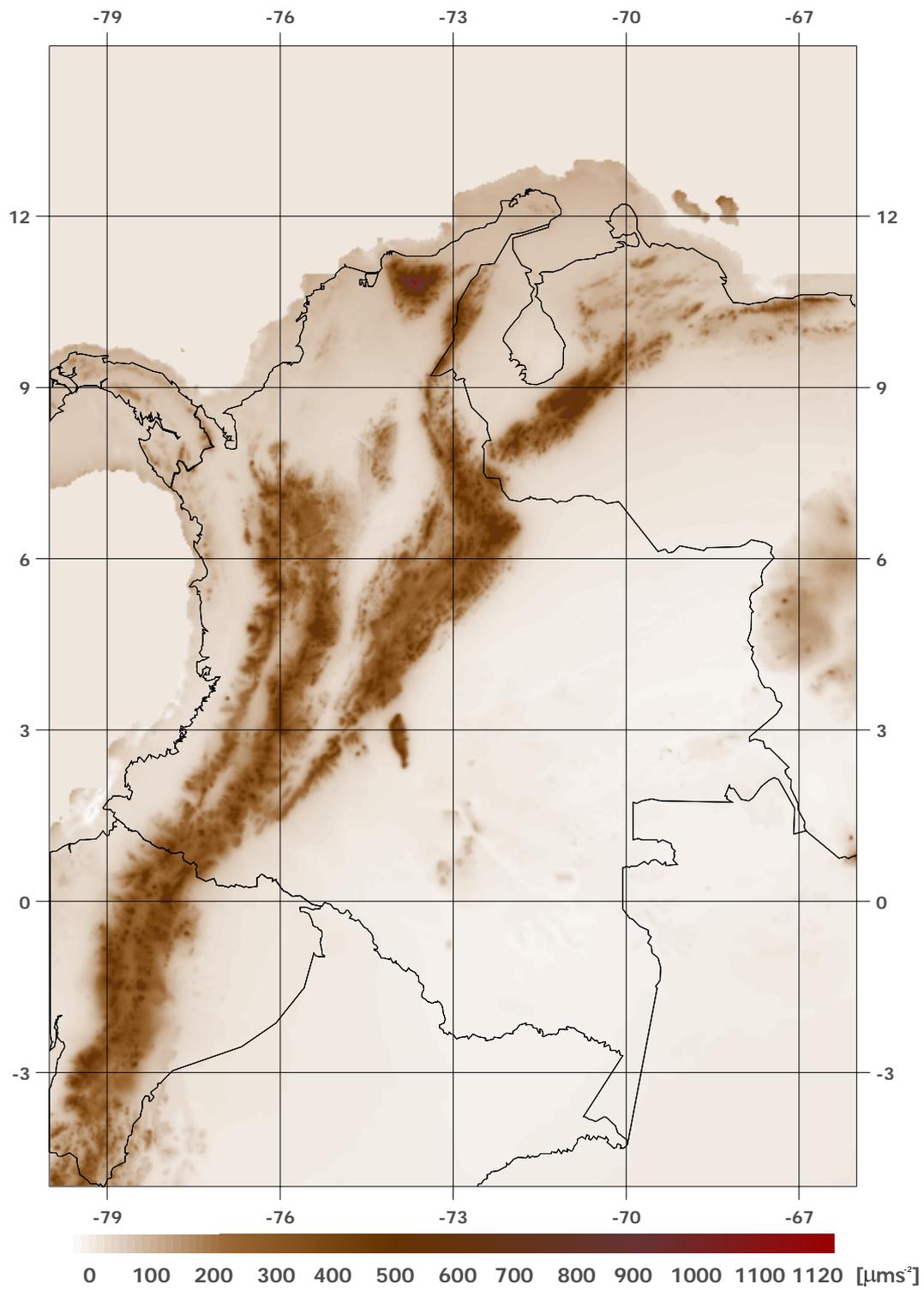
In der vorliegenden Arbeit wird die äußere Integrationszone *A* (Abb. 5.5) mit einem ( $2' \times 2'$ )-Geländegitter verarbeitet, die innere Zone *B* mit ( $30'' \times 30''$ )-Blöcken und die innerste Zone *C* gemäß der *bicubic spline* Interpolation für verdichtete Höhendaten (Forsberg, 1997, S. 167). Die Integrationsradien  $R_A$  und  $R_C$  entsprechen 999 km und  $\sim 90''$  (dreimal die innerste Gitterdimension). Der Integrationsradius  $R_B$  wird mit verschiedenen Entfernungen untersucht, da der stärkste Einfluss der Geländereduktion in dieser Zone

(näheste topographische Umgebung des Berechnungspunkt) sich befindet. Dafür werden drei Gebiete mit unterschiedlichen topographischen Umgebungen und Anzahl von Berechnungspunkten ausgewählt und die Geländereduktion mit Variation des Integrationsradius  $R_B$  von 20 bis 240 km berechnet [Anhang D]. Die Ergebnisse zeigen, dass die Geländereduktion bis 80 km Entfernung des Berechnungspunktes Variationen um  $10 \mu\text{ms}^{-2}$  haben kann. Bei der glätttesten Topographie bleibt die Geländereduktion schon bei 60 km unverändert; in den anderen Zonen finden Änderungen von einigen  $\mu\text{ms}^{-2}$  bis 160 km Abstand statt. Deswegen wird  $R_B$  mit 160 km gleichsetzt. Dies entspricht etwa mit dem von Magnizki et al. (1964, S. 164), Torge (1989, S. 101) und Torge (2001, S. 266) angegebenen Radius.



**Abbildung 5.5** Integrationszonen in der Berechnung der Geländereduktion  
(nach Forsberg, 1997)

Die Geländereduktion wird für den Mittelpunkt jedes  $(1' \times 1')$ -Blocks zwischen  $\varphi = 7^\circ \text{ S}$ ,  $\lambda = 82^\circ \text{ W}$  und  $\varphi = 17^\circ \text{ N}$ ,  $\lambda = 64^\circ \text{ W}$  berechnet; dann wird sie zu den interpolierten einfachen Bouguer-Anomalien (s. oben) addiert, und in  $(2' \times 2')$ -Mittelwerte abgebildet. Die Geländereduktion in Kolumbien (Abb. 5.6) variiert zwischen  $-44 \mu\text{ms}^{-2}$  und  $+1217,3 \mu\text{ms}^{-2}$ , mit einer mittleren quadratischen Abweichung von  $\pm 99,6 \mu\text{ms}^{-2}$  und einem Mittelwert von  $+52,2 \mu\text{ms}^{-2}$ .



**Abbildung 5.6** Geländereduktion in Kolumbien

## 6 Geoid- und Quasigeoid-Berechnung

### 6.1 Remove-Restore-Technik

Die Formel von Stokes zur Lösung des Randwertproblems (Gleichung 3.7 bzw. 3.15) liefert das Störpotential  $T$  punktweise durch die Integration von Schwereanomalien auf der Randfläche (Erdoberfläche bzw. Geoid). In der praktischen Auswertung wird diese Integration durch eine Summation über endliche Flächenelemente mit mittleren Schwereanomalien (s. Kapitel 5) ersetzt, deren Effekt auf den Berechnungspunkt durch die Stokes'sche Funktion (3.8) nach dem Abstand gewichtet wird. Das bedeutet, dass zur Berechnung von  $N$  (bzw.  $\zeta$ ) in jedem Punkt eine Integration (bzw. Summation) über die gesamte Erde erforderlich ist. Interpolationsverfahren, wie die im Kapitel 5 beschriebenen, liefern regelmäßige Verteilungen der Schwereanomalien in regionaler Ausdehnung, die außerhalb der Region (im globalen Rahmen) ergänzt werden müssen. Als Folge sind die Schwereparameter (Störpotential, Anomalien, Höhenanomalien, Geoidhöhen, etc.) in den entfernten Zonen durch überregionale bzw. globale Schwerefeldmodelle darzustellen.

Das Störpotential kann in zwei Hauptanteile zerlegt werden:

$$T = T_{global} + T_{regional} \quad (6.1)$$

wo  $T_{global}$  dem Anteil aus einem Schwerefeldmodell (langwellige Komponente) [Abschnitt 4.4, Gleichung 4.14] entspricht, und  $T_{regional}$  dem Anteil des Restfeldes nach Abzug des Schwerefeldmodells vom tatsächlichen Störpotential.

Ausgedrückt durch das Stokes-Integral ergibt sich (u.a. Heiskanen and Moritz, 1967; Torge, 2001):

$$T_{global} = \frac{R}{4\pi} \iint_{\sigma} \Delta g_{GGM} \cdot S(\psi) d\sigma \quad (6.2)$$

mit den Anomalien  $\Delta g_{GGM}$  aus dem globalen Schwerefeldmodell:

$$\Delta g_{GGM} = \frac{GM}{R} \sum_{n=2}^{n_{max}} (n-1) \left(\frac{a}{R}\right)^n \sum_{m=0}^n (\Delta \bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \Delta \bar{S}_{nm} \sin m\lambda) \bar{P}_{nm}(\cos \theta) \quad (6.3)$$

wo  $GM$  die geozentrische Gravitationskonstante und  $\bar{P}_{nm}$  die normalisierten Legendre-Funktionen sind.  $\Delta \bar{C}_{nm}, \Delta \bar{S}_{nm}$  zeigen die Differenzen zwischen den normalisierten Koeffizienten des tatsächlichen Schwerepotentials  $W$  und des Normalpotentials  $U$ . Diese Anomalien sind nach der Theorie von Molodenski auf der Erdoberfläche definiert, deshalb enthalten sie keine Schwerereduktionen.

Der regionale Anteil lautet:

$$T_{regional} = \frac{R}{4\pi} \iint_{\sigma} (\Delta g - \Delta g_{GGM}) S(\psi) d\sigma \quad (6.4)$$

$\Delta g$  stellt die regionalen Anomalien dar, die auf dem Geoid bzw. auf der Erdoberfläche gegeben sein müssen. In beiden Fällen sind Reduktionen insbesondere wegen der Topographie erforderlich [Abschnitt 5.2], die Änderungen im Störpotential erzeugen, welche durch ein zusätzliches Glied, den indirekten Effekt  $\delta T$ , wieder zu (6.1) addiert werden müssen (Heiskanen and Moritz, 1967).

$$T = T_{global} + T_{regional} + \delta T \quad (6.5)$$

Der Term  $(\Delta g - \Delta g_{GGM}) = \Delta g_r$  stellt die sogenannten residualen Anomalien dar. Sie enthalten weder den langwelligen Anteil des Schwerefeldmodells noch die kurzwelligen Komponenten aus dem Geländeeinfluss. Deshalb sind sie viel glatter und kleiner im Betrag im Vergleich mit den ursprünglichen Anomalien  $\Delta g$ . Die residualen Anomalien realisieren den „remove“-Schritt der Geoid- bzw. Quasigeoid-Berechnung.

Nach der Auswertung von (6.4) und der Anwendung des Bruns-Theorems (Formel 3.2) ergibt sich der regionale Anteil des Geoids ( $N_{regional}$ ) (bzw. Quasigeoids), zu diesen müssen die vorher reduzierten Komponenten des globalen Schwerefeldmodells ( $N_{global}$ ) und der Topographie (bzw. Schwerereduktionen  $N_{\delta T}$ ) wieder addiert werden, dies ist der „restore“-Schritt:

$$N = N_{global} + N_{regional} + N_{\delta T} \quad \text{bzw.} \quad \zeta = \zeta_{global} + \zeta_{regional} + \zeta_{\delta T} \quad (6.6)$$

Ein Vorteil des „remove-restore“-Verfahrens ist die Verkleinerung des maximalen Radius  $\psi_{max}$  der Integration der Stokesschen Funktion  $S(\psi)$ , so dass sie zum Teil in ebener Approximation durchgeführt werden kann und die numerische Auswertung vereinfacht wird (z. B. Torge, 2001).

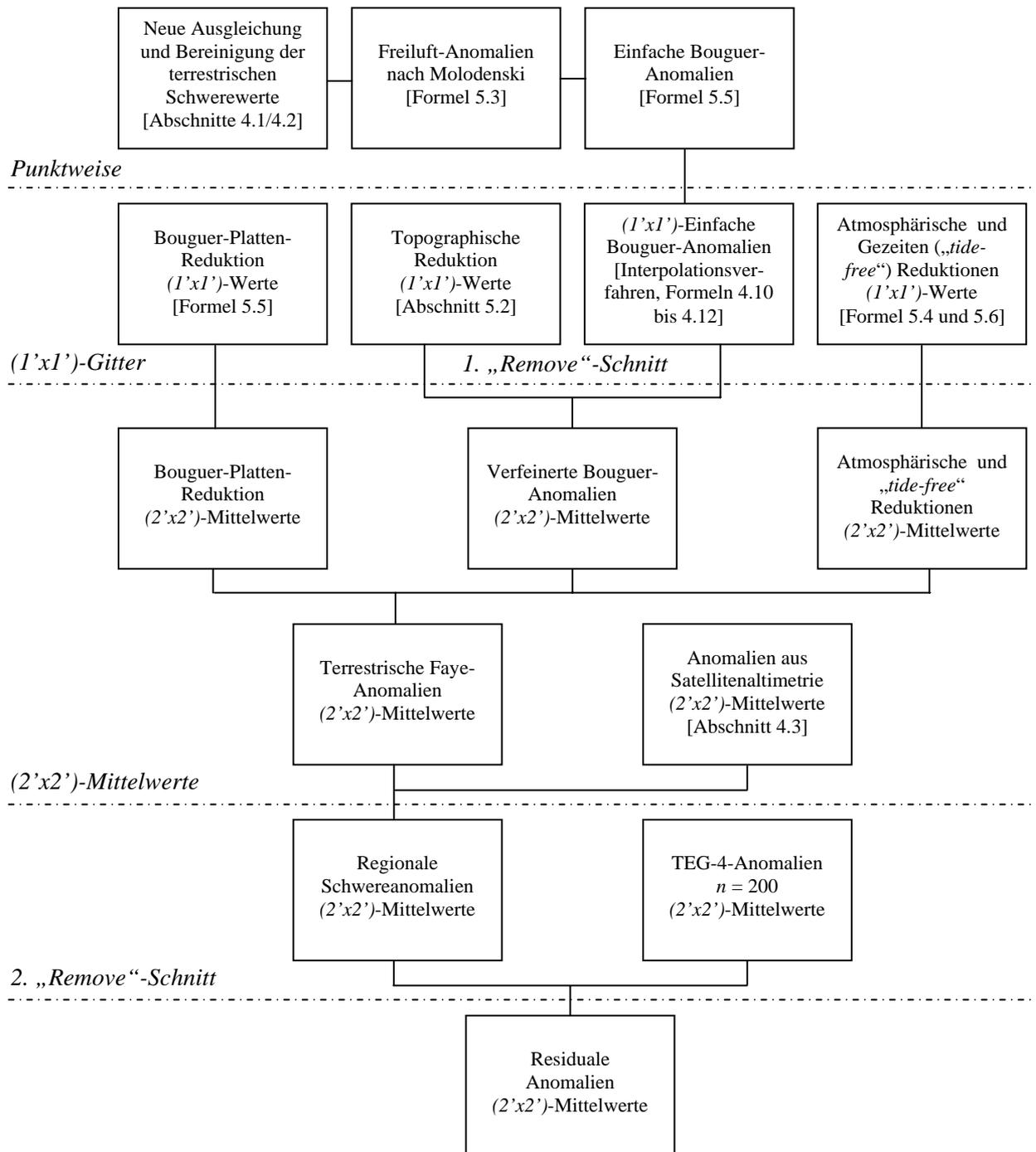
## 6.2 Durchführung der Quasigeoid-Berechnung

### 6.2.1 „Remove“-Schritt

Die Berechnung der residualen Anomalien basiert auf der Subtraktion der Schwerenanomalien des TEG-4-Modells ( $n = 200$ ) von dem regionalen Anomaliensatz, der die  $(2' \times 2')$  terrestrischen Faye-Anomalien und die  $(2' \times 2')$  Meeresanomalien von Sandwell and Smith (1997) enthält. Der „remove“-Schritt wird in zwei Stufen angewendet: Zuerst werden die kurzwelligen Komponenten des regionalen Schwerefeldes (topographische Effekte bzw. Geländereduktion) von den Freiluft-Anomalien nach Molodenski subtrahiert und danach werden die langwelligen Komponenten des globalen Schwerefeldes (TEG-4-Anomalien) abgezogen. Die Abbildung 6.1 beschreibt schrittweise das angewandte Verfahren [vgl. Abschnitt 5.1].

Die residualen Anomalien [Anhang D] variieren hauptsächlich zwischen  $-1000 \mu\text{ms}^{-2}$  und  $+2000 \mu\text{ms}^{-2}$ , außer auf der Sierra Nevada de Santa Marta ( $\sim \varphi = 11^\circ\text{N}$ ,  $\lambda = 73^\circ\text{W}$ ), wo sie bis zu  $+4997 \mu\text{ms}^{-2}$  ansteigen. Diese topographische Struktur entspricht der größten Höhe ( $\sim 5500\text{ m}$ ) Kolumbiens. Sie befindet sich isoliert an der karibischen Küste und enthält topographische Gradienten bis zu  $1000\text{ m}$  Höhenunterschied in weniger als  $30\text{ km}$  ebener Entfernungen. Sie ist in allen Schwerefelddarstellungen prominent zu erkennen [Anhang D], z.B. findet man dort auch ein Maximum in den TEG-4-Anomalien von  $\sim +2500 \mu\text{ms}^{-2}$  und bei der Geländereduktion von  $\sim +1146 \mu\text{ms}^{-2}$  (Abb. 5.6). Unglücklicherweise sind keine terrestrischen oder Flug-Schweremessungen in der Nähe des Gipfels der Sierra Nevada de Santa Marta verfügbar, so dass diese großen Werte, die vielleicht durch die Interpolation vergrößert (deformiert) wurden, nicht genauer überprüft werden können. Da die numerischen Rechnungen aus

Interpolation und Geländereduktion diese Ergebnisse produzieren, müssen sie in dieser Arbeit ohne weitere detaillierte Untersuchungen bzw. Änderungen (z. B. Filterung) übernommen werden.



**Abbildung 6.1** Berechnung der residualen Anomalien („remove“-Schritt)

### 6.2.2 Berechnung des regionalen Quasigeoid-Anteils

Die diskrete Darstellung der Beziehung (6.4) ist die Summation von mittleren residualen Anomalien  $\Delta g$  auf regelmäßigen Gittern, deren numerische Integration durch ähnliche Verfahren wie zur Bestimmung der Geländereduktion (Abb. 5.5) durchgeführt wird. Die innerste Integrationszone (Zone C in Abb. 5.5) erlaubt eine ebene Approximation des Stokes-Integrals, während die äußeren Zonen (A und B) durch sphärische Approximation ausgewertet werden.

In der ebenen Approximation wird ein kartesisches Koordinatensystem eingeführt, dessen Ursprung mit dem Berechnungspunkt zusammenfällt. Damit werden die Schwereanomalien als Funktion dieser Koordinaten durch (z.B. Kuhn, 2000, S. 34ff):

$$\Delta g_r = \Delta g_r(x_i, y_j) \quad (6.7)$$

dargestellt.  $i, j$  sind die Indizes der Gitterpunkte in einem Gitter der Dimension  $M \times N$ .

Der Einfluss auf das Quasigeoid lautet:

$$\zeta(x_k, y_l) = \frac{1}{2\pi\gamma} \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-1} \Delta g_r(x_i, y_j) \cdot k(x_k - x_i, y_l - y_j) \cdot \Delta x \Delta y \quad (6.8)$$

mit:  $\Delta x \approx \Delta \varphi R$ ;  $\Delta y \approx \cos \varphi \Delta \lambda R$  und  $R =$  Erdradius am Äquator ( $R_{GRS80} = 6378\,137$  m).  $(x_k, y_l)$  entspricht dem inneren Element in dessen Mitte der Berechnungspunkt liegt. Sein (schon in 6.8 enthaltener) Einfluss ist:

$$\zeta = \frac{\sqrt{\Delta x \Delta y}}{\gamma \pi} \Delta g$$

Der Kern der Stokes-Funktion ist:

$$k(x_k - x_i, y_l - y_j) = \begin{cases} \left[ (x_k - x_i)^2 + (y_l - y_j)^2 \right]^{\frac{1}{2}} & ; \quad x_k \neq x_i \text{ oder } y_k \neq y_j \\ \frac{2}{\sqrt{\Delta x \Delta y}} & ; \quad x_k = x_i \text{ oder } y_l = y_j \end{cases} \quad (6.9)$$

Bei der sphärischen Approximation lautet die Formulierung (z.B. Kuhn, 2000, S. 34ff)

für die Schwereanomalien:

$$\Delta g_r = \Delta g_r(\varphi_i, \lambda_j) \quad (6.10)$$

( $i, j$  Indizes der Gitterpunkte in einem Gitter der Dimension  $M \times N$ ),

für den Quasigeoid-Anteil:

$$\zeta(\varphi_l, \lambda_k) = \frac{R}{4\pi\gamma} \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-1} \Delta g_r(\varphi_j, \lambda_k) \cdot S[\psi(\varphi_l, \lambda_k, \varphi_j, \lambda_i)] \cdot \cos \varphi \cdot \Delta \varphi \Delta \lambda \quad (6.11)$$

und der Stokes-Kern ist:

$$S[\psi(\varphi_l, \lambda_k, \varphi_j, \lambda_i)] = \begin{cases} S[\psi(\varphi_l, \lambda_k, \varphi_j, \lambda_i)] & ; \varphi_l \neq \varphi_j \text{ oder } \lambda_k \neq \lambda_i \\ \frac{4}{\sqrt{\cos \varphi \Delta \varphi \Delta \lambda y}} & ; \varphi_l = \varphi_j \text{ und } \varphi_k = \varphi_i \end{cases} \quad (6.12)$$

Die Auswertung dieser Formel kann auch durch eine Fourier- oder Wavelet-Transformation durchgeführt werden. Die Vorteile dieser Techniken liegen in der einfachen Handhabung im Frequenzbereich der in der Stokes-Formel enthaltenen Operationen und in der Zeitersparnis bei den Berechnungen. Die Ergebnisse der verschiedenen Techniken sollten gleich sein. Die Anwendung von Spektralanalysen in geodätischen Aufgaben, insbesondere bei der Geoid- oder Quasigeoid-Berechnung, findet man u. a. in Forsberg and Solheim (1988), Harrison and Dickinson (1989), Haagmans et al. (1993), Windheuser (1995), Tziavos and Andritsanos (1998), Featherstone, et al. (2001).

In der vorliegenden Arbeit wird eine numerische Integration durch das Programm STOKES von GRAVSOFT (Tscherning, et al., 1992) durchgeführt. Die ebene Approximation wird mit einem Integrationsradius gleich dreimal der Gitterdimension ( $\sim 180$  m) ausgewertet; dort werden die residualen Anomalien durch die *spline cubic* Methode interpoliert, um einen verdichteten Datensatz abzubilden.

Der Integrationsradius  $\psi_{max}$  der sphärischen Approximation wird zwischen  $0,5^\circ$  und  $10^\circ$  variiert. Für jede Lösung werden die Höhenanomalien  $\zeta$  (lokaler plus globaler Anteil plus indirekter Effekt (s. unten)) mit der Differenz zwischen GPS- (ellipsoidischen) Höhen  $h$  und Normalhöhen ( $H^N$ ) in 38 Punkten einer etwa 300 km langen Nivellementsline mit 2500 m Höhenunterschied [s. Abschnitt 7] verglichen. Der Mittelwert der Differenzen  $\varepsilon = h - H^N - \zeta$  wächst mit dem Integrationsradius (Tabelle 6.1). Dieser Effekt, dass ein größerer Integrationsradius systematische Fehler in der regionalen Komponente des Quasigeoids erzeugen kann, wird von Forsberg und Featherstone (1998) beschrieben. Er lässt systematische Differenzen zwischen globalen und regionalen Schwereanomalien vermuten. Ist der Radius aber sehr klein, können höhere spektrale Anteile des regionalen Erdschwerefeldes vernachlässigt werden und auch Fehler produzieren. So wäre im Extremfall ( $\psi_{max} = 0$ ) der regionale Anteil null und es bliebe nur der globale Anteil. Die Auflösung des benutzten Schwerefeldmodells (TEG-4,  $n = 200$ ) entspricht  $1,8^\circ$ . Mit diesem Radius tritt auch die kleinste mittlere quadratische Abweichung der Differenzen  $\varepsilon$  auf. Deshalb wird der regionale Quasigeoid-Anteil mit diesem Radius ausgewertet.

**Tabelle 6.1** Anpassung der Höhenanomalien an die Differenz zwischen ellipsoidischen und Normalhöhen ( $\varepsilon = h - H^N - \zeta$ ) in Abhängigkeit vom Integrationsradius bei der Auswertung der Stokes-Formel

Integrationsradius $\psi$ [°]	Mittelwert von $\varepsilon$ [m]	Mittlere quadratische Abweichung von $\varepsilon$ [m]
0,5	0,15	$\pm 0,89$
1,0	-0,86	$\pm 0,95$
1,8	-2,16	$\pm 0,55$
2,0	-2,60	$\pm 0,56$
3,0	-3,86	$\pm 0,70$

Eventuelle mittel- und langwellige Fehler im globalen Modell (TEG-4) erzeugen systematische Effekte, die im Mittelwert von  $\varepsilon$  sichtbar werden. Hier ist zu bemerken, dass das Modell TEG-4 terrestrische Schwereanomalien in der Bestimmung der Kugelfunktionskoeffizienten enthält, die durch die Schwerereduktionen von den unterschiedlichen Höhengniveaus beeinflusst sein können (z.B. zwischen benachbarten Ländern). Es kann auch sein, dass die regionalen Schweredaten systematische Fehler enthalten, aber diese konnten nicht identifiziert werden, als sie mit den globalen Schweremodellen verglichen wurden [Abschnitt 4.4]. Weitere Untersuchungen können mit einem höher auflösenden Schwerefeldmodell nur aus Satellitenbeobachtungen und ohne die Gibbschen Effekte, die das Modell EIGEN-2 aufweist (Abb. 4.13a) durchgeführt werden. Ein solches Modell wird in kurzer Zeit durch die Beobachtungen der GRACE Satelliten-Schwerefeldmission verfügbar sein. Es ist dann sehr einfach, ein neues Quasigeoid auf der Grundlage eines GRACE-Schwerefeldmodells zu berechnen, da die terrestrischen Daten schon aufbereitet sind.

Die regionale Quasigeoid-Komponente ( $\zeta_{regional}$ ) variiert zwischen  $-3,6$  m und  $+9,6$  m (Anhang D). Sie zeigt die große Variation des Schwerefeldes wegen der unruhigen Topographie in Kolumbien. Die maximalen Werte liegen bei den stärksten topographischen Gradienten, insbesondere auf der Sierra Nevada de Santa Marta und in den zentralen und östlichen Kordilleren Kolumbiens. Es ist wichtig, dass die Höhenbezugsfläche diese Variationen gut wiedergibt. Deshalb ist die hochauflösende gute Anpassung an die Differenz aus GPS (ellipsoidischen) Höhen minus Normalhöhen wichtiger als der durch das globale Modell erzeugte systematische Fehler, der leicht beseitigt werden kann. Damit ist die Wahl des Integrationsradius von  $1,8^\circ$  begründet.

### 6.2.3 „Restore“-Schritt

Die von der regionalen Komponente durch den „remove“-Schritt entfernten langwelligen und kurzwelligen (topographischen) Anteile müssen wieder addiert werden, um das gesamte Signal des Erdschwerefeldes im Quasigeoid zu rekonstruieren (6.6). Die globale Komponente  $\zeta_{global}$  wird durch (3.2b) und (4.14) mit den Koeffizienten des TEG-4-Modells und  $n = 200$  berechnet. Die Werte variieren zwischen  $-40,76$  m am karibischen Meer vor Venezuela ( $\sim \varphi = 13^\circ$ ,  $\lambda = 67^\circ$  W) und  $+30,22$  m in den Anden ( $\sim \varphi = 3^\circ$ ,  $\lambda = 76^\circ$  W) [Anhang D].

Der kurzwellige Anteil (*indirekter Effekt*) ist durch (Heiskanen and Moritz, 1967, S. 322; Sjöberg, 2000, Gleichung 25b) gegeben:

$$\zeta_{\delta T} = \frac{\delta W}{\gamma_Q} \approx \frac{\pi \rho H^N}{\gamma_Q} \quad (6.13)$$

mit  $\rho = 2670 \text{ kg m}^{-3}$ ,  $H^N$  (Normalhöhe)  $\approx$  nivellierte Höhe und  $\gamma_Q$  die Normalschwere auf dem Telluroid.

Die Modifikation des Potentials  $\delta W$  produziert auch Änderungen in den Schwereanomalien (*zweiter indirekter Effekt*), deren Auswertung lautet (Sjöberg, 2000):

$$\frac{2\gamma}{R} \zeta_{\delta T} \quad (6.14)$$

In dieser Arbeit erreicht der zweite indirekte Effekt  $5,6 \mu\text{ms}^{-2}$  als Maximum, deswegen wird er vernachlässigt. Der indirekte Effekt  $\zeta_{\delta T}$ , der sehr stark von der Topographie abhängt, variiert

zwischen 0 m und 1,82 m, mit einem Mittelwert von 0,04 m und einer mittleren quadratischen Abweichung von 0,13 m [Anhang D].

### 6.3 Das Quasigeoid-Modell *QgeoCol2003*

Die Summe der drei in (6.6) gegebenen und in den Abschnitten [6.2.2] und [6.2.3] berechneten Anteile ergibt das gesamte Quasigeoid, das als Höhenbezugsfläche eingeführt werden soll. Es wird *QgeoCol2003* genannt und ist in der Abbildung 6.2 graphisch dargestellt. Die im (2'x2')-Gitter berechneten Werte der Höhenanomalien finden sich im Anhang E. Die extremen Werte sind -40,90 m und +36,65 m. Der Maximalwert liegt in der Zentral-Kordillere, die im Bild des Quasigeoids (wie auch im regionalen Anteil, Anhang D) detailliert erscheint. Die minimalen Werte befinden sich im karibischen Meer. Es besteht eine große Korrelation mit der Topographie Kolumbiens, auch die Sierra Nevada de Santa Marta sowie der Maracaibo See sind exponiert sichtbar.

Im Vergleich mit dem früheren Modell *Geocol2001* [Abschnitt 2.3] zeigt *QgeoCol2003* eine höhere Auflösung insbesondere in Gebieten, wo die Daten der Erdölgesellschaft eingeführt wurden [Anhang D]. Die Differenzen zwischen diesen beiden Modellen haben ihre kleinsten Werte (-3 m) im Westen Kolumbiens ( $\sim \varphi = 8^\circ \text{ N}$ ,  $\lambda = 76^\circ \text{ W}$ ), sie entsprechen dem Unterschied zwischen den globalen Modellen TEG-4 und dem damals benutzten Referenzmodell EGM96 in derselben Zone [Anhang C]. Die maximalen Differenzen findet man im Bereich des Amazonas Regenwaldes, wo sie +7 m erreichen. Dieser große Unterschied ist erklärbar, da im alten Modell die residualen Anomalien gleich null gesetzt wurden, während in dieser Arbeit die leeren Blöcke im Urwald mit Anomalien von TEG-4 aufgefüllt, aber die Geländereduktion angewendet wurde.

Die Tabelle 6.2 zeigt die Differenzen  $\varepsilon = h - H^N - \zeta$  zwischen den alten und den neuen berechneten Höhenanomalien ( $\zeta$ ), den ellipsoidischen ( $h$ ) und den Normalhöhen ( $H^N$ ) in den Hauptmeerespegeln Kolumbiens (s. Abb. 2.1). Die kleineren absoluten Widersprüche beim alten Modell können dadurch erklärt werden, dass die terrestrischen gravimetrischen Daten des Landes, die mit den auf diese Pegel bezogenen Höhen reduziert wurden, im EGM96 direkt enthalten sind. Die Variation der Widersprüche in den drei Pegeln ist aber sehr viel größer als beim neuen Modell. Die Unterschiede mit den neuen Höhenanomalien haben einen großen systematischen Anteil ( $\sim -0,77 \text{ m}$ ), der als langwellige Differenz zwischen dem globalen Modell TEG-4 und den regionalen Schweredaten angesehen werden kann [s. Abschnitt 6.2.2]. Die Abweichungen von diesem systematischen Anteil sind nur wenige Zentimeter.

**Tabelle 6.2** Vergleich des Quasigeoidmodells *QgeoCol2003* mit dem früheren *GeoCol2001* in Pegeln

Pegel	$h$ [m]	$H^N$ [m]	$\zeta_{GeoCol2001}$ [m]	$\zeta_{QgeoCol2003}$ [m]	$\varepsilon_{GeoCol2001}$ [m]	$\varepsilon_{QgeoCol2003}$ [m]
Buenaventura	20,66	3,63	17,32	17,77	-0,29	-0,74
Cartagena	-4,50	1,13	-5,97	-4,92	0,34	-0,71
Tumaco	18,70	3,22	15,11	16,34	0,37	-0,86

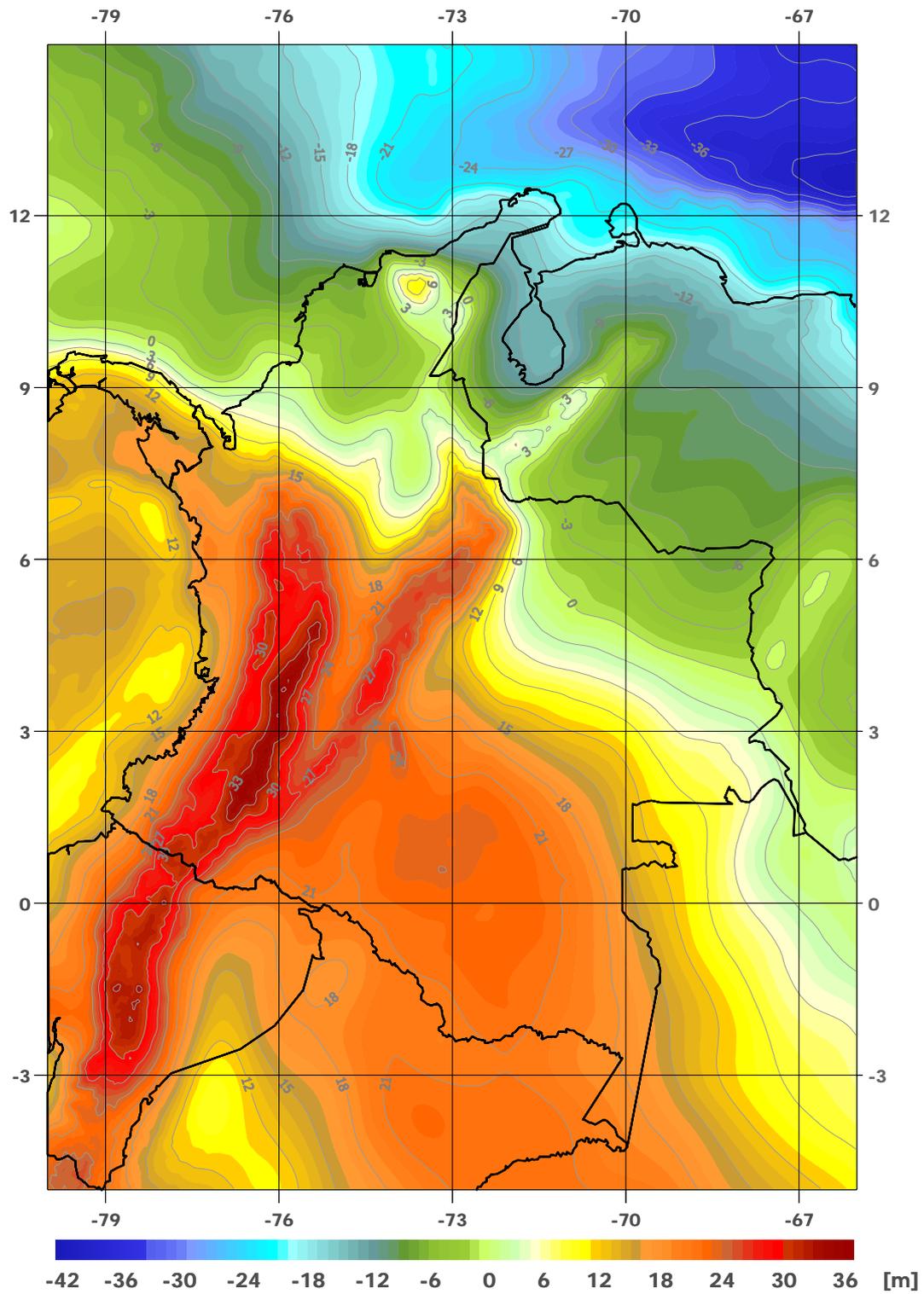


Abbildung 6.2 Das Quasigeoid-Modell *QgeoCol2003*

## 6.4 Das Geoid-Modell *GeoCol2003*

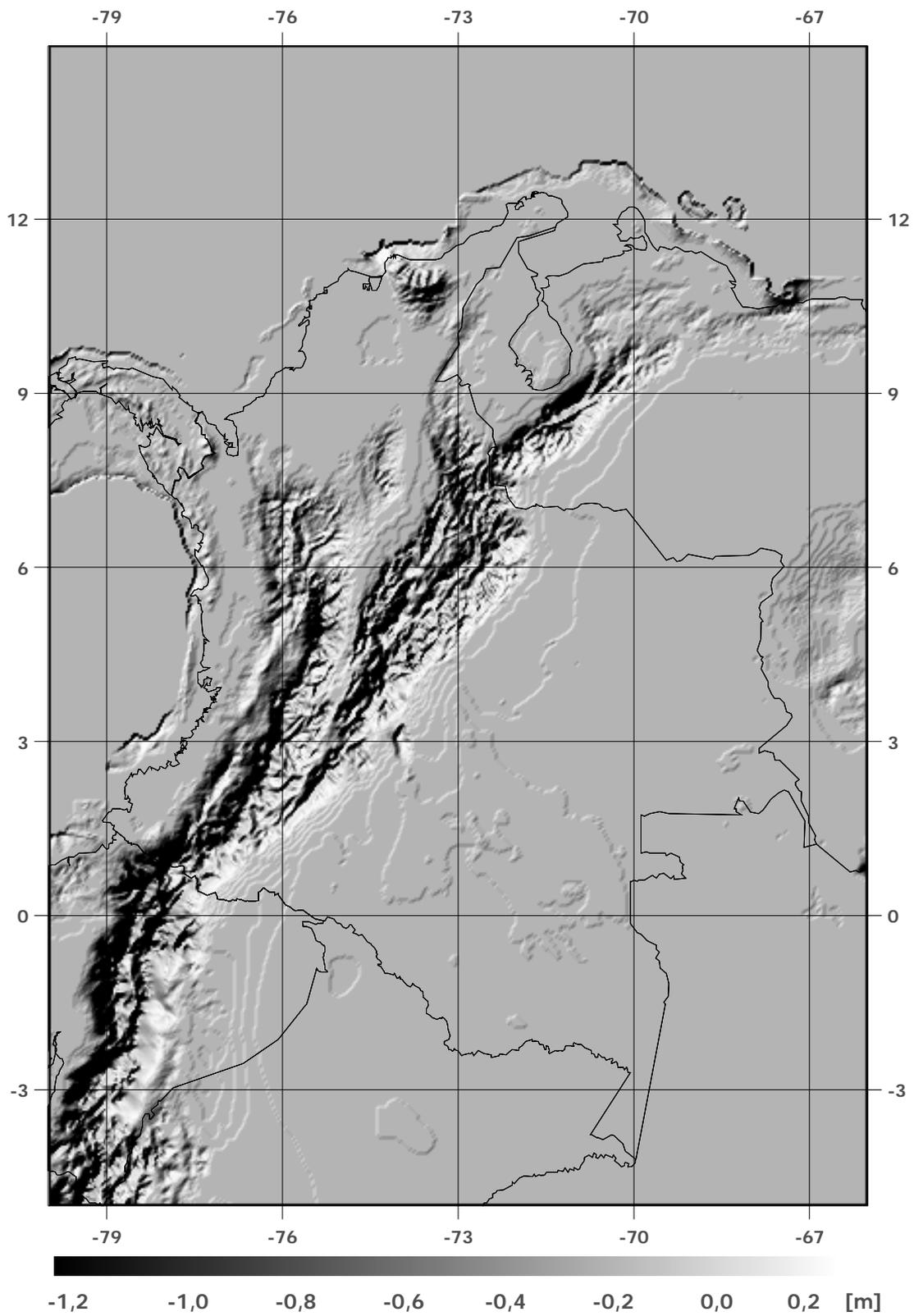
Die Gleichung (3.16) stellt eine direkte Beziehung zwischen Geoid und Quasigeoid dar. Es ist eine Funktion der mittleren Bouguer-Anomalien  $(\bar{g} - \bar{\gamma})$  und ist gleich der Differenz zwischen orthometrischen und Normalhöhen. Die Anwendung dieser Funktion entspricht der zweiten Helmertschen Kondensationsmethode (Forsberg 1997, Rapp 1997). Da die Lösung des Randwertproblems durch die globalen Schwerefeldmodelle, die als Referenz für die regionalen Berechnungen dienen, zum Quasigeoid führt, ist es üblich, auch regional Höhenanomalien zu rechnen (aus Freiluft-Anomalien an der Erdoberfläche plus Geländereduktion, [Abschnitt 5.1]) und diese in Geoidundulationen umzuformen. Anstatt das Geoid durch Auswertung der Stokesschen Formel mit Schwereanomalien auf dem Geoid zu berechnen, wurde deshalb auch hier die Transformation aus dem Quasigeoid durchgeführt.

Es wurden die Bouguer-Anomalien  $\Delta g_B$  benutzt, die im Abschnitt [5.1] nach Gleichung (5.5) berechnet worden sind. Die Gleichung (3.16) lässt sich umschreiben in (Heiskanen and Moritz 1967, S. 326)

$$N - \zeta = \frac{\Delta g_B}{\bar{\gamma}} H^o \quad (6.14)$$

wo  $\bar{\gamma}$  aus den GRS80 Ellipsoidparametern abgeleitet und die orthometrische Höhe  $H^o$  durch die nivellierten Höhen approximiert wird. Mit dieser Formel (6.14) wurde das ganze (2'x2')-Gitter der Höhenanomalien (*QgeoCol2003*) in Geoidundulationen transformiert. Dieses Modell wird *GeoCol2003* genannt.

Die Abbildung 6.3 zeigt die Differenzen von Geoidundulationen minus Höhenanomalien. Sie variieren von  $-1,38$  m in den ecuadorianischen Anden bis  $+0,42$  m auf der Sierra Nevada de Santa Marta. Hier haben die Bouguer-Anomalien sehr große negative bzw. positive Werte. Der Verlauf des Geoids ist glatter und weniger mit der Topographie korreliert als das Quasigeoid (Anhang D, Abb. D.5). Dies ist eine Folge der Benutzung der Oberflächenanomalien beim Quasigeoid, die sehr viel stärker den Effekt der Topographie enthalten.



**Abbildung 6.3** Differenzen zwischen Geoidundulationen und Höhenanomalien

## 7 Vergleich mit Höhenbestimmung aus Nivellements und GPS

Der Hauptgrund der Bestimmung des Geoid- bzw. Quasigeoid-Modells ist die Definition eines modernen vertikalen Referenzsystems, das die Kombination mit dem internationalen terrestrischen Bezugssystem (ITRS: IERS Terrestrial Reference System) erlaubt, auf das sich die Höhenbestimmungen mit GPS beziehen. Im regionalen wie auch im globalen Bereich stellt das Geoid bzw. das Quasigeoid ein wesentliches Verbindungsglied zwischen klassischen geodätischen Systemen, bei denen zwischen Lage und Höhe getrennt wird, und Systemen der dreidimensionalen Geodäsie dar. Dies gilt insbesondere bei der Integration von aus GPS bestimmten ellipsoidischen Höhen in die aktuellen Höhensysteme der Landesvermessung, um physikalische Höhen (orthometrische bzw. Normalhöhen) ohne Durchführung des klassischen Nivellements zu bekommen.

Um die Konsistenz von ellipsoidischen (GPS-) Höhen mit Normalhöhen plus Höhenanomalien zu prüfen, werden die in dieser Arbeit berechneten Höhenanomalien mit GPS-Messungen auf Nivellementspunkten in Kolumbien verglichen. Da die offiziellen Höhen Kolumbiens den Einfluss des Erdschwerefeldes nicht berücksichtigen, kann dieser Vergleich nicht direkt mit den Gebrauchshöhen gemacht werden, sondern es muss zuerst eine Berechnung der geopotentiellen Koten und daraus der Normalhöhen durchgeführt werden. Die folgenden Bemerkungen basieren auf den Ergebnissen von Sanchez (2002).

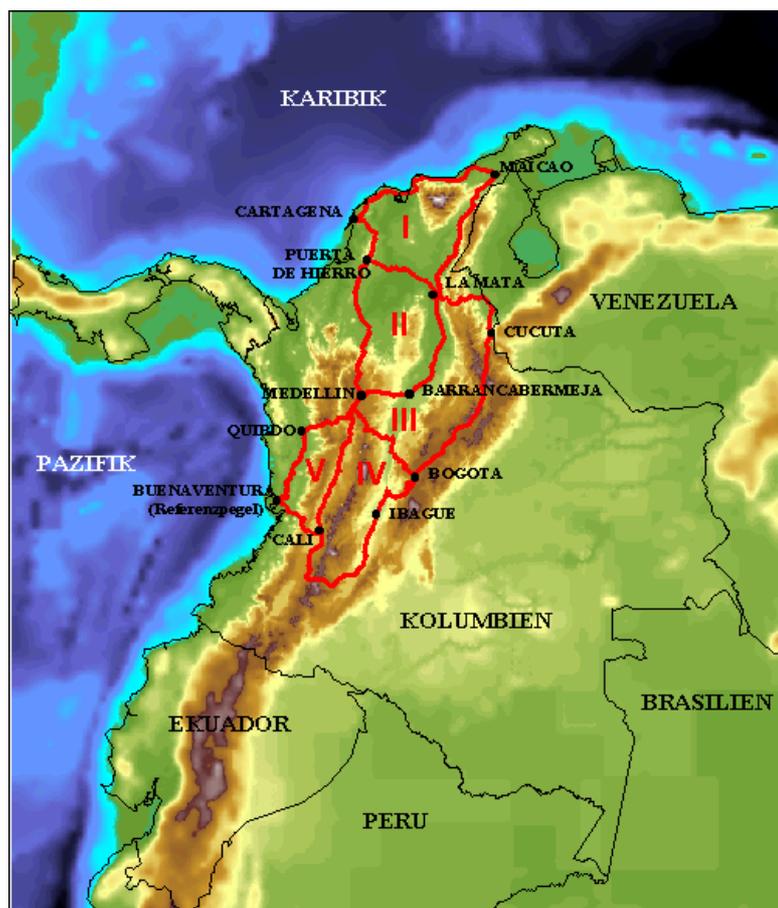


Abbildung 7.1 Untersuchte Nivellementsschleifen (aus Sánchez 2002)

Es wurden insgesamt 46 Nivellementslinien 1. Ordnung wurden für den Vergleich ausgewählt. Sie bilden fünf geschlossene Schleifen, die über die karibische Küste und die Anden ausgebreitet sind (Abb. 7.1). Sie enthalten nivellierte Höhenunterschiede im Flachland sowie im hohen Gebirge mit sehr großen topographischen Gradienten dazwischen. Damit können sie als repräsentativer Test für Kolumbien angesehen werden.

Nur in einigen Schleifen wurden GPS-Messungen auf Nivellementsunkten durchgeführt. Es wurden aus der Arbeit (Sanchez 2002) deshalb die Teile ausgewählt, in denen es Vergleichswerte mit GPS-Höhen gibt. Dies ist ein etwa 300 km langes Stück in dem gemeinsamen Abschnitt der Schleifen III und IV nordwestlich von Bogotá. Insgesamt wurden hier 38 Punkte mit einem Höhenunterschied von 2500m verglichen (Abb. 7.2).

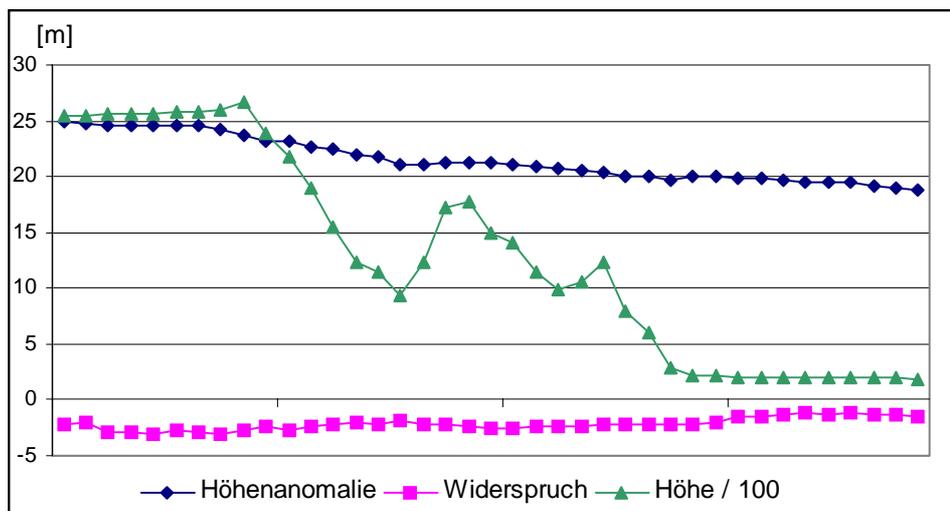


Abbildung 7.2 Widersprüche  $\varepsilon = h - H^N - \zeta$  in einer Nivellementslinie

Man erkennt die Korrelation der Höhenanomalie ( $\zeta$ ) mit der Höhe ( $H^N$ ). Der Widerspruch zwischen der ellipsoidischen (GPS-) Höhe ( $h$ ) und der Summe aus Normalhöhe und Höhenanomalie,  $\varepsilon = h - (H^N + \zeta)$ , ist ebenfalls von der topographischen Höhe abhängig. Dies kann ein systematischer Effekt im Quasigeoid oder auch im Nivellement sein. Die Widersprüche variieren von  $-1,20$  m bis  $-3,13$  m mit einem Mittel von  $-2,16$  m. Dies ist der systematische Effekt, der im Abschnitt 6.2.2 diskutiert wurde. Die mittlere quadratische Abweichung von  $\pm 0,55$  m kann sowohl durch die Fehler im Quasigeoid als auch teilweise durch das Nivellement und die GPS-Höhenbestimmung erklärt werden. Es wurde nämlich nur eine GPS Auswertung mit kommerzieller Software gemacht, die besonders in der Höhe wegen der sehr einfachen Modellierung der troposphärischen Refraktion, der Mehrdeutigkeiten (*ambiguities*) und der *Cycle Slips* keine sehr genauen Ergebnisse liefert.

Neben diesem Profil wurden noch 25 weitere über ganze Land verteilte und mit GPS beobachtete Nivellementsunkte verglichen. Die mittlere Abweichung  $\varepsilon$  von allen Punkten ist  $-2,04$  m, also sehr ähnlich mit dem oben verglichenen Profil, was wieder die systematische Verfälschung des Quasigeoids vermuten lässt. Die mittlere quadratische Abweichung ist aber mit  $\pm 1,33$  m sehr viel größer als beim dem in Abb. 7.2 dargestellten Profil. Es sind aber vier große Widersprüche mit mehr als 4 m (mehr als die

dreifache mittlere quadratische Abweichung) dabei. Wenn diese eliminiert werden, reduziert sich die mittlere quadratische Abweichung auf  $\pm 0,71$  m.

In diesen Vergleich müssen auch die im Abschnitt 6.3, Tabelle 6.2, dargestellten GPS-Messungen an Pegeln genommen werden. Da diese eine viel kleinere Abweichung haben (systematischer Anteil  $-0,77$  m und mittlere quadratische Abweichung  $\pm 0,08$  m), ist zu vermuten, dass der Küstenbereich besser dem globalen Modell angepasst ist als der kontinentale Bereich, vor allem die Kordilleren der Anden. Dies kann an systematischen Effekten im globalen Modell (z.B. bei der Fortsetzung nach unten), in den regionalen Schwereanomalien (z.B. durch Dichtefehler in der Geländereduktion), oder auch am Nivellement (mehrere 1000 km im Gebirge bis 4000 m Höhe) liegen.

Um das Quasigeoid-Modells als Höhenbezugsfläche, z.B. zur Reduktion von mit GPS bestimmten ellipsoidischen Punkthöhen in Normalhöhen, benutzen zu können, wäre es möglich, den systematischen Anteil durch eine einfache Flächenfunktion zu modellieren und bei der Reduktion zu berücksichtigen. Dazu müsste aber eine gute Verteilung von GPS-Stationen auf Nivellementspunkten über das ganze Land vorhanden sein. Dies ist noch nicht geschehen, deshalb kann eine solche Referenzfläche in dieser Arbeit noch nicht sinnvoll bestimmt werden. Es werden aber viele neue GPS Empfänger von IGAC gekauft, so dass in Zukunft ein dichtes GPS-Netz von Höhenpunkten gemacht werden kann.

## 8 Zusammenfassung und Ausblick

### 8.1 Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wurde ein Quasigeoid für Kolumbien als Höhenbezugsfläche für die Normalhöhen, die als offizielle Höhen im Rahmen von SIRGAS eingeführt werden sollen, nach der Theorie von Molodenski mit der „*remove-restore*“-Technik berechnet. Dafür wurden alle terrestrischen Schweredaten des Landes ganz neu evaluiert und korrigiert. Die Schwerereferenznetze und die Gravimetermessungen auf den Nivellementslinien wurden neu ausgeglichen, und die damit verbundenen flächenhaften Messungen wurden daran angepasst. Es wurden mehrere große Abweichungen der alten Werte gefunden und einige zusätzliche Daten hinzugenommen. Für den Übergang zum Meer wurden im Küstenbereich Schwereanomalien aus der Satellitenaltimetrie eingeführt.

Zur Reduktion der topographischen Effekte wurde ein genaues, hochauflösendes (30"x30") digitales Geländemodell benutzt. Die Gesteinsdichten wurden aber als konstant ( $\rho = 2670 \text{ kg m}^{-3}$ ) eingeführt. Wegen der großen topographischen Gradienten in Kolumbien ist diese Reduktion sehr wichtig und hat einen großen Einfluss (z.B. bis zu  $1200 \mu\text{ms}^{-2}$  auf die Schwereanomalien). Eine Verfeinerung dieses Modells (z.B. 100 m x 100 m Auflösung aus Satelliten-Radarmessungen) könnte die Quasigeoid-Berechnung noch verbessern.

Das Ergebnis ist ein gravimetrisches Quasigeoid für Kolumbien und die Grenzgebiete der Nachbarländer in 2'x2'-Auflösung. Es ist sehr viel detaillierter und homogener als vorherige Berechnungen. Das Quasigeoid wurde durch eine Transformation mit Bouguer-Anomalien in ein Geoid umgeformt. Dies hat einen glatteren Verlauf und zeigt deutlich den Unterschied zwischen einer Äquipotentialfläche des Schwerefeldes als Randfläche nahe dem Ellipsoid und einer Abbildung der Erdoberfläche als Randfläche auf das Normalschwerefeld der Erde.

Der Vergleich des gravimetrischen Quasigeoids mit der Differenz zwischen ellipsoidischen Höhen, die mit GPS bestimmt wurden, und Normalhöhen aus gravimetrisch reduzierten Nivellements zeigt einen systematischen Anteil, der von der Auswertungsmethode (Integrationsradius) der Stokesschen Formel und vom verwendeten globalen Schweremodell als Referenz abhängt. Im ausgewählten Modell ist er etwa -2 m. Nach der Reduktion dieses systematischen Anteils bleibt eine mittlere quadratische Abweichung zwischen GPS ellipsoidischen minus Normalhöhen und dem Quasigeoid von etwa  $\pm 0,5 \text{ m}$ .

Das berechnete Quasigeoid hat für die Anforderungen der modernen Landesvermessung noch keine genügend genauen Werte. Ein Grund ist der große systematische Anteil ( $\sim -2 \text{ m}$ ). Dieser kann durch langwellige Fehler in den Schwereanomalien, entweder im globalen Referenzmodell (TEG-4) oder in den regionalen Anomalien, entstehen. Eine Untersuchung dieses Effekts mit verschiedenen globalen Modellen konnte keine eindeutigen Ergebnisse liefern. Durch die Geländereduktion der regionalen Anomalien wird der Effekt sehr verändert aber nur teilweise eliminiert.

Insgesamt geben die Berechnungen etwa das Ergebnis, das man erwarten konnte. Die topographische und tektonische Struktur in Kolumbien ist sehr bewegt und das Schwerefeld wird davon sehr beeinflusst. Man braucht deshalb eine viel dichtere Verteilung der Schwerewerte und des digitalen Geländemodells als in ebenen Gebieten, wo das Schwerefeld einen ruhigen Verlauf hat. Auch die Vergleichswerte durch GPS-Messungen und Nivellement haben nicht die Genauigkeit wie in anderen Ländern. Kolumbien liegt im Äquatorgebiet, wo die ionosphärischen und troposphärischen Einflüsse am größten sind und auch die nivellitische Refraktion zwischen Tälern und Bergen einen großen Einfluss hat.

## 8.2 Ausblick

Um die modernen Methoden der Höhenbestimmung durch GPS und Quasigeoid zum Erhalten von Normalhöhen, die in Südamerika als offizielle Höhen empfohlen sind, richtig nutzen zu können, muss in Kolumbien noch viel gemacht werden. Die Genauigkeit der in der vorliegenden Arbeit berechneten Höhenbezugsfläche ist für viele kartographische Anwendungen gut genug, aber für geodätische Zwecke präziser Höhen sind die Fehler noch zu groß. Eine Steigerung um eine Größenordnung (Faktor 10) muss angestrebt werden.

Es ist unbedingt erforderlich, die gravimetrischen Daten weiter zu verdichten. Das kann mit modernen Verfahren der Fluggravimetrie leichter gemacht werden als mit terrestrischen Gravimetermessungen. Selbst wenn die neuen Satelliten-Schwerefeldmissionen (CHAMP, GRACE, GOCE) die erwarteten Ergebnisse bringen, wird eine Auflösung der Schwereanomalien von weniger als 50 km mit einer Genauigkeit von  $\pm 10 \mu\text{ms}^{-2}$  nicht erreicht. Außerdem sind viele Gebiete in Kolumbien nicht terrestrisch zu erreichen. Deshalb ist die Fluggravimetrie eine Aufgabe für die Zukunft.

Die globalen Schwerefeldmodelle, die als Referenz für die regionalen (Quasi-) Geoidberechnungen dienen, haben heute noch einige systematische Einflüsse (z.B. durch Bahnfehler der Satelliten, Einflüsse auf die Beobachtungen, Kombination mit terrestrischen Daten verschiedener Höhensysteme). Da die Genauigkeit und Auflösung durch CHAMP, GRACE und GOCE sehr viel besser wird, lohnt es sich, bald wieder eine neue Berechnung auf der Grundlage eines CHAMP / GRACE - Modelles durchzuführen.

Um die alten Höhen mit den modernen Methoden kombinieren zu können, müssen sie einen Bezug zum Schwerefeld haben. Dazu müssen alle Nivellements gravimetrisch korrigiert werden, und es müssen geopotentielle Koten und Normalhöhen berechnet werden. Es fehlen nicht mehr viele gravimetrische Messungen auf den Nivellementslinien, deshalb kann die Berechnung sofort beginnen, wenn es finanziell möglich ist.

Die GPS-Messungen zur ellipsoidischen Höhenbestimmung benötigen ein dichtes und präzises Referenz-Netz. In Kolumbien gibt es heute drei kontinuierlich beobachtende GPS-Stationen (zwei in Bogotá und eine in Cartagena), die vom IGS und mit deutscher Kooperation installiert wurden. Es sollte in jeder großen Stadt in Kolumbien eine permanente GPS-Station sein, um als Anschluss für präzise Positionierung (horizontal und vertikal) zu dienen. Die Zahl wird im Jahr 2003 hoffentlich auf 10 steigen.

Die vorliegende Arbeit hat sicher einen wichtigen Beitrag für den Aufbau eines modernen vertikalen Referenzsystems gegeben. Dafür wird den Betreuern sowie den beteiligten Personen und Institutionen sehr gedankt, besonders dem Deutschen Akademischen Austauschdienst (DAAD) für das Stipendium.

## Literatur

Amod, A. Ch. Merry (2001). *A note on the Molodensky  $G_1$  Term*. Bulletin of the International Geoid Service. Nr. 11: 25 - 42

Andersen, O. and P- Knudsen (2000). *The role of satellite altimetry in gravity field modelling in coastal areas*. Phys. Chem. Earth (A) Vol. 25, No. 1: 17 - 24.

Boedecker, G., Th. Fritzer (1986). *International Absolute Gravity Basestation Network*. Veröffentlichung Bayerischer Kommission für die Internationale Erdmessung. Astro.-Geod. Arb. 47, München.

Bosch, W., G. Acuña, C. Brunini, R. Maturana, R. Luz, L. Sánchez (2001). *Connecting sea level and height systems along the coast of South America, first assessment*. IAG 2001 Scientific Assembly, Budapest, 02. – 08. 09. In: DGFI Posterübersicht 2000/2001, DGFI, München.

Bosch, W. (2003). Persönliche Mitteilungen.

Denker, H., W. Torge (1998). *The European gravimetric quasigeoid EGG97 – an IAG supported continental enterprise*. IAG Symposia, V. 119: 249 – 254

DGFI (2001/2002). *Jahresbericht 2001/2002 des Deutschen Geodätischen Forschungsinstituts*, DGFI. München. S. 18 ff.

DMA (1988). *World Geodetic System 1984: Parameters, formulas and graphics for the practical application of WGS-84*. Technical report, part two. Supplement to Department of Defense, DMA, Defense Mapping Agency: 601-610.

Drewes, H. (1976): *Berechnung regionaler Geoidundulationen durch gravimetrisches Nivellement mit Prädiktion der Schwereanomalien*. Wissenschaftliche Arbeiten der Lehrstühle für Geodäsie, Photogrammetrie und Kartographie an der Technischen Universität Hannover, Heft 63, Hannover.

Drewes, H. (1978a). *Zur Ausgleichung von Gravimeternetzen*. ZfV 103 (10): 485 - 496.

Drewes, H. (1978b). *Experiences with least squares collocation as applied to interpolation of geodetic and geophysical quantities*. XII Symposium on Mathematical Geophysics. Caracas.

Drewes, H. W. Sánchez (1978). *La evaluación de mediciones geodésicas en forma de redes libres, redes apoyadas y redes fijadas*. Universidad del Zulia, Facultad de Ingeniería, Maracaibo.

Featherstone W., J. Kirby (2000). *The reduction of aliasing in gravity anomalies and geoid heights using digital terrain data*. Geophys. J. Int. 141: 204 - 212.

Featherstone W., J. Kirby, A. Kearsly, J. Gilliland, G. Johnston, J. Steed, R. Forsberg, M. Sideris (2001). *The AUSGeoid98 geoid model of Australia: data treatment, computations and comparisons with GPS-levelling data*. Journal of Geodesy, 75: 313 - 330.

- Fernandes, M., L. Bastos, and J. Catalao (2000). *The role of multi-mission ERS altimetry in the determination of the marine geoid in the Azores*. Marine Geodesy, 23: 1 - 16.
- Forsberg, R., D. Solheim (1988). *Performance of FFT methods in local gravity field modelling*. In *Proc. of the Chapman Conference on progress in the determination of Earth's gravity field*, Fort Lauderdale, Florida, Sept. 13 – 16: 100-103.
- Forsberg, R. (1997). *Terrain effects in geoid computations*. International School for the determination of the geoid. Lecture Notes. International Geoid Service, Milan. S. 149 - 182.
- Forsberg, R. and C. Tscherning (1997). *Topographic effects in gravity field modelling for boundary-value problems*. Geodetic boundary-value problems in view of the 1 cm – geoid. Lecture Notes in Earth Sciences 65. F. Sanso and R. Rummel Eds. Springer Verlag, Berlin - Heidelberg S. 241 - 272.
- Forsberg, R., W. Featherstone (1998). *Geoids and cap sizes*. IAG Symposia: V. 119: 194 - 200.
- Fotopoulos, G.; C. Kotsakis; M. Sideris (1999). *A new Canadian geoid model in support of levelling by GPS*. Geomatica, 53(4): 227 – 241.
- Gantar C., C. Morelli (1962a). *Measurements with gravity-meters along the northern part of European calibration line: Bad Harzburg – Bodö*. Boll. Geof. teor. appl. IV: 183 - 228.
- Gantar C., C. Morelli (1962b). *First order world gravity loop*. Boll. Geof. teor. appl. IV: 229 - 270.
- Gantar C., C. Morelli (1963). *New experimental data about temperature and pressure effects on Worden gravity meters*. Boll. Geof. teor. appl. V: 175 - 186.
- García J., E. Cuervo (1978). *Pronóstico de pleamares y bajamares en la costa occidental de Colombia para el año de 1978*. IGAC, Bogotá.
- Goos, J., W. Featherstone, J. Kirby, S. Holmes (2001). *Experiments with two different approaches to gridding terrestrial gravity anomalies and their effect on regional geoid computation*. In: [www.und.ac.za/und/survey/ssg/feather.html](http://www.und.ac.za/und/survey/ssg/feather.html)
- Haagmans, R. E. De Min, M. van Gelderen (1993). *Fast evaluation of convolutions integrals on the sphere using 1D FFT, and a comparison with existing methods for the Stokes' integral*. Manuscripta Geodaetica, V. 18: 227-241
- Hammond, J., J. Faller (1971). *Results of absolute gravity determinations at a number of different sites*. Journal of Geophysical Research, V. 76: 7850-7854.
- Harrison, J., M. Dickinson (1989). *Fourier transform methods in local gravity field modelling*. Bulletin Geodesique, V. 63: 149-166.
- Heiskanen W. And H. Moritz (1967). *Physical Geodesy*. W. H. Freeman and company. San Francisco.
- Heiskanen W., F. Vening Meinesz (1958). *The Earth and its gravity field*. McGraw Hill Book Company, Inc. New York, Toronto, London.

- Hipkin, R. (2000). *Modelling the geoid and sea surface topography in coastal areas*. Phys. Chem. Earth (A) Vol. 25, No. 1: 9 - 16.
- IGAC (1960). *Nivelación geodésica, resultados definitivos : puntos y cotas. Resolución 1155 del 25 de septiembre de 1965*, por la cual se adoptan altitudes básicas para fines catográficos y geofísicos. Publicación PE No. 13 IGAC, Instituto Geográfico Agustín Codazzi, Bogotá.
- Kellog, J., V. Godley, C. Ropain, A. Bermúdez (1983). *Gravity anomalies and tectonic evolution of Northwestern South America*. In: Memory of the X Caribbean Geological Conference. Ingeominas, Bogotá: 18 - 31.
- Kuhn, M. (2002). *Geoidbestimmung unter Verwendung verschiedener Dichtehypothesen*. DGK, Reihe C, Hef Nr. 520, München.
- Lemoine F., S. Kenyon, J. Factor, R. Trimmer, N. Pavlis, D. Chinn C. Cox, S. Kloslo, S. Luthcke, M. Torrence, Y. Wang, R. Williamson, E. Pavlis, R. Rapp, T. Olson (1998). *The Development of the Joint NASA GSFC and the National Imagery and Mapping Agency (NIMA) Geopotential Model EGM96*, NASA, Goddard Space Flight Center, Greenbelt.
- Magnizki, W., W. Browar, B. Schimbirew (1964). *Theorie der Figur der Erde*. VEB Verlag für Bauwesen, Berlin.
- Martínez, W., L. Sánchez, J. Flórez (1995). *Determinación de nuevas estaciones absolutas de gravedad en Colombia*. En: Geofísica Colombiana, No. 3: 21 – 87.
- Martínez, W., L. Sánchez (2001). *Improving the quasigeoid model in Colombia*. In: International Symposium on Vertical Reference Systems. IAG Symposia, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg. V. 124: 152 - 156.
- McConnell, K., P. Winter, R. Geller (1979). *Latin American Gravity Standardization Network 1977 (LAGSN77)*. Earth Physics Branch, Canada and Inter American Geodetic Service, Panama.
- McConnell, K., I. Escobar, L. Sánchez, M. Pastorino, M. Araneda, M. Avendaño, J. Tellería (1995). *Progreso reciente en el desarrollo de la red latinoamericana de gravedad 1995*. Instituto Panamericano de Geografía e Historia (IPGH). III Reunión Técnica de la Comisión de Geofísica. México.
- McConnell, K., (1998). *Software GRAVPACK*. Gravico Geoscience Inc., Ottawa.
- Morelli, C., C. Gantar, T. Honkasalo, K. McConnell, J. Tanner, B. Szabo, U. Uotila, C. Wahlen (1974). *The International Standardization Net 1971 (IGSN71)*. IUGG-IAG, Publ. Spec. No. 4, Paris.
- Moritz, H. (1963). *Statistische Methoden in der gravimetrischen Geodäsie*. ZfV 88: 409 - 416.
- Moritz, H. (1980a) *Geodetic reference system 1980*. Bulletin Geodesique. Vol. 54. No. 3: 395-405.
- Moritz, H. (1980b). *Advanced Physical Geodesy*. Herbert Wichmann Verlag, Karlsruhe.
- Müller, J. (2001). *Die Satellitengradiometriemission GOCE - Theorie, technische Realisierung und wissenschaftliche Nutzung*- DGK, Reihe C, Hef Nr. 541, München.

- NOAA (1988). *Data Announcement 88-MGG-02, Digital relief of the Surface of the Earth*. NOAA, National Geophysical Data Center, Boulder, Colorado.
- Olesen, A., A. Andersen, C. Tscherning (2002). *Merging airborne gravity and gravity derived from satellite altimetry: test cases along the coast of Greenland*. Stud. Geophys. Geod. 46: 387-394, Prague.
- Pavlis, N. (1997). *Development and applications of geopotential models*. International School for the determination of the geoid. Lecture Notes. International Geoid Service, Milan. S. 101 - 134.
- Rapp, R. (1989). *Combination of satellite, altimetric and terrestrial gravity data*. Theory of satellite geodesy and gravity field determination. Lecture Notes in Earth Sciences 25. F. Sanso and R. Rummel Eds. Springer Verlag, Berlin - Heidelberg. S. 261 - 284.
- Rapp, R. H. (1997a): *Use of potential coefficients models for geoid undulation determinations using a spherical harmonic representation of the height anomaly / geoid undulation difference*. Journal of Geodesy, Vol. 71, No. 5, S. 282-289
- Rapp, R. (1997b). *The use of potential coefficients models in computing geoid..* International School for the determination of the geoid. Lecture Notes. International Geoid Service, Milan. S. 71 - 97.
- Reigber, Ch., H. Lühr, P. Schwintzer (2000). *Status of the CHAMP mission*. In: Towards an integrated global geodetic observing system (IGGOS). IAG Symposia, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg. V. 120: 63 - 65.
- Reigber, Ch., P. Schwintzer, K. Neumayer, F. Barthelmes, R. König, Ch. Förste, G. Balmino, R. Biancale, J. Lemoine, S. Loyer, S. Bruinsma, F. Perosanz, F. Fayard (2003). *The CHAMP-only Earth Gravity Field Model EIGEN-2*. Advances in Space Research, accepted in Jan.
- Sánchez, L., W. Martínez, G. Rocha (1995). *Un modelo geodésico para Colombia*. En: Geofísica Colombiana. No. 3: 59 - 66.
- Sánchez, L. (1996). *Sistema gravimétrico nacional de referencia*. En: Revista Cartográfica. Bogotá, Marzo, pp. 11-20.
- Sánchez, L., W. Martínez, J. Flórez, G. Obando, H. Esquivel (1998). *Mapa gravimétrico de Colombia*. IGAC-INGEOMINAS. D'vinni, Bogotá.
- Sánchez, L., W. Martínez, J. Flórez (1999). *Determinación de un geoide gravimétrico para Colombia*. En: IGeS Bulletin Nr. 9: 87-97, Milano.
- Sánchez, L. (2001). *A reference surface for the unified height system in the northern part of South America*. In: Vistas for Geodesy in the New Millennium. IAG Symposia, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg. V. 125: 84 - 89.
- Sánchez, L., H. Drewes (2001). *Comparison of the classical and the modern vertical reference system in Colombia*. IAG 2001 Scientific Assembly, Budapest, 02. - 08. 09. In: DGFI Posterübersicht 2000/2001, DGFI, München.

- Sánchez, L. (2002). *Untersuchung physikalischer Höhen in Kolumbien*. Studienarbeit. Institut für Planetare Geodäsie, Technische Universität Dresden, November.
- Sandwell, D., W. Smith, (1997). *Marine Gravity Anomaly from Geosat and ERS 1 Satellite Altimetry*. In: Journal of Geophysical Research, V. 103, B5: 10039 – 10054.
- Seeber, G. (1989). *Satellitengeodäsie*. De Gruyter, Berlin, New York.
- Sideris, M. (1990). *Rigorous gravimetric terrain modelling using Molodeny's operator*. Manuscripta geodaetica, 15: 97 - 106.
- SIRGAS (1994). *Sistema de referencia geocéntrico para América del Sur, SIRGAS*. Boletim Informativo No. 1 y No 2, Setembro, Rio de Janeiro.
- Sjöberg, L. (2000). *Topographic effects by the Stokes-Helmert method of geoid and quasi-geoid determinations*. Journal of Geodesy, 74: 255-268.
- Smith, W., D. Sandwell (1997). *Global seafloor topography from satellite altimetry and ship depth soundings*, Science, v. 277, p. 1957-1962
- Smith, D. and D. Roman (2001). *GEOID99 and G99SSS: 1 arc-minute geoid models for the United States*. Journal of Geodesy, 75: 469 – 490
- Tapley, B., M. Kim, S. Poole, M. Cheng, D. Chambers, J. Ries (2001). *The TEG-4 Gravity field model*. AGU Fall 2001. Abstract G51A-0236
- Torge, W. (1975). *Geodesy*. De Gruyter, Berlin, New York.
- Torge, W. (1989). *Gravimetry*. De Gruyter, Berlin, New York.
- Torge, W. (2001). *Geodesy*. 3rd Edition. De Gruyter, Berlin, New York.
- Tscherning, C., R. Forsberg, P. Knudsen (1992). *Description of the GRAVSOFIT package for geoid determination*. In: Holota, P., M. Veermer (Eds.) Proceedings of 1st continental workshop on the geoid in Europe, Prague. Research Institute of Geodesy, Topography and Cartography, Prague: 327 – 334.
- Tsuboi, Ch. (1983). *Gravity*. Allen & Unwin, London.
- Tziavos, I., V. Andritsanos (1998). *Recent advances in terrain correction computations*. In M. Vermeer und J. Ádám (eds.): Second continental workshop on the Geoid in Europe. March 10 – 14, Budapest, S. 169-175.
- Wenzel, H. (1985): *Hochauflösende Kugelfunktionsmodelle für das Gravitationspotential der Erde*. Wissenschaftliche Arbeiten der Lehrstühle für Geodäsie, Photogrammetrie und Kartographie an der Technischen Universität Hannover, Heft 137, Hannover.
- Wenzel, H. (1994a). *Earth tide analysis package ETERNA 3.0*. Marees Terr. Bull. d'Inf. Bruxelles, No. 118: 8719 - 8721.

Wenzel, H. (1994b). *Earth tide data processing ETERNA 3.20*. Marees Terr. Bull. d'Inf. Bruxelles, No. 120: 9019 - 9121.

Windhauser, U. (1995). *Sphärische Waveletts: Theorie und Anwendung in der Physikalischen Geodäsie*. Dissertation im Fachbereich Mathematik an der Universität Kaiserslautern.

# A Referenzschweredaten Kolumbiens

## A.1 SIGNAR gravimetrisches Netz 1. Ordnung

Nr.	Stadt	Schwere [mGal]	$\sigma_i$ [mGal]
900295	ALBAN	977467,852	0,0051
900395	ALBAN	977467,801	0,0084
960396	ARAUCA	978055,907	0,0100
960496	ARAUCA	978055,991	0,0143
960596	ARAUCA	978055,114	0,0139
960196	ARARACUARA	977998,077	0,0124
960296	ARARACUARA	978000,396	0,0151
904195	ARMENIA	977788,350	0,0077
902095	ARMENIA	977788,362	0,0122
902195	ARMENIA	977714,078	0,0121
960696	BAHIA SOLANO	978178,167	0,0114
960796	BAHIA SOLANO	978177,762	0,0148
960896	BAHIA SOLANO	978177,270	0,0148
900197	BARRANCOMINAS	978020,944	0,0134
900297	BARRANCOMINAS	978021,000	0,0164
900397	BARRANCOMINAS	978020,837	0,0164
980195	BOGOTA (Absolutstation)	977374,519	0,0004
900195	BOGOTA	977374,717	0,0035
980772	BOGOTA	977380,392	0,0003
902295	BUCARAMANGA	977771,960	0,0114
902395	BUCARAMANGA	977768,769	0,0140
913070	BUENAVENTURA	977981,890	0,0139
960996	BUENAVENTURA	978000,423	0,0113
961096	BUENAVENTURA	977981,594	0,0143
961196	CALI	977829,681	0,0092
961296	CALI	977802,471	0,0134
961396	CALI	977823,490	0,0139
980395	CARTAGENA (Absolutstation)	978142,253	0,0033
900895	CARTAGENA	978143,362	0,0029
915570	CARTAGENA	978178,946	0,0063
900497	CAUCASIA	978070,191	0,0089
900597	CAUCASIA	978070,056	0,0130
900697	CAUCASIA	978071,690	0,0130
914770	CUCUTA	977957,489	0,0089
902495	CUCUTA	977957,243	0,0130
902595	CUCUTA	977951,012	0,0130
900797	FLORENCIA	977931,202	0,0127
900897	FLORENCIA	977931,159	0,0161
900997	FLORENCIA	977919,565	0,0159
980295	HONDA (Absolutstation)	977928,129	0,0015
900695	HONDA	977928,189	0,0029
900795	HONDA	977923,702	0,0047
901395	IPIALES	977303,706	0,0135
901495	IPIALES	977276,174	0,0130
961496	IPIALES	977238,153	0,0116
961796	LA PEDRERA	978040,421	0,0142
961896	LA PEDRERA	978041,106	0,0165
961596	LA CHORRERA	978041,968	0,0142
961696	LA CHORRERA	978042,114	0,0166
961996	LETICIA	978050,074	0,0112
962096	LETICIA	978049,880	0,0146
962196	LETICIA	978049,971	0,0146

Nr.	Stadt	Schwere [mGal]	$\sigma_i$ [mGal]
902695	MAICAO	978216,958	0,0131
902795	MAICAO	978216,902	0,0154
958267	MEDELLIN	977740,616	0,0079
902895	MEDELLIN	977611,361	0,0071
902995	MEDELLIN	977611,579	0,0108
901097	MIRAFLORES	978027,506	0,0128
901197	MIRAFLORES	978025,624	0,0152
962296	MITU	977997,530	0,0134
962396	MITU	977998,048	0,0167
962496	MITU	977997,963	0,0174
916570	MOMPOS	978116,825	0,0076
903095	MOMPOS	978116,797	0,0121
903195	MOMPOS	978120,229	0,0121
901297	NEIVA	977767,756	0,0128
916170	NEIVA	977767,409	0,0090
916270	NEIVA	977767,521	0,0123
901397	OROCUE	977997,093	0,0111
901497	OROCUE	977997,017	0,0146
901597	OROCUE	977998,318	0,0146
903295	PAIPA	977460,244	0,0099
903395	PAIPA	977460,242	0,0137
903495	PAIPA	977455,252	0,0137
960558	PASTO	977585,732	0,0278
901195	PASTO	977585,716	0,0125
901295	PASTO	977535,196	0,0175
962596	PUERTO ASIS	977927,631	0,0109
962696	PUERTO ASIS	977927,650	0,0144
962796	PUERTO ASIS	977928,317	0,0144
901697	PUERTO CARREÑO	978061,429	0,0119
901797	PUERTO CARREÑO	978060,855	0,0152
901897	PUERTO CARREÑO	978062,667	0,0152
962896	PUERTO INIRIDA	978019,076	0,0132
962996	PUERTO INIRIDA	978020,098	0,0162
963096	PUERTO INIRIDA	978018,983	0,0162
963196	PUERTO LEGUIZAMO	977994,358	0,0133
963296	PUERTO LEGUIZAMO	977994,956	0,0164
963396	PUERTO LEGUIZAMO	977996,407	0,0166
913770	SAN ANDRES	978385,701	0,0119
963596	SAN ANDRES	978382,430	0,0153
963496	SAN ANDRES	978384,996	0,0152
901997	SAN JOSE DEL GUAVIAR	978041,787	0,0126
902097	SAN JOSE DEL GUAVIAR	978042,462	0,0159
902197	SAN JOSE DEL GUAVIAR	978041,205	0,0158
903595	SANTA MARTA	978318,168	0,0094
903695	SANTA MARTA	978317,478	0,0133
903795	SANTA MARTA	978345,350	0,0134
963696	TAME	977943,173	0,0113
963796	TAME	977942,376	0,0147
963896	TAME	977947,570	0,0147
913370	TUMACO	978035,422	0,0127
913470	TUMACO	978026,249	0,0150
913570	TUMACO	978027,472	0,0175
963996	TUMACO	978035,221	0,0157
964096	TURBO	978097,671	0,0123
964196	TURBO	978097,676	0,0155
964296	TURBO	978093,169	0,0155
903895	VALLEDUPAR	978221,529	0,0083

Nr.	Stadt	Schwere [mGal]	$\sigma_i$ [mGal]
903995	VALLEDUPAR	978221,320	0,0125
904095	VALLEDUPAR	978223,461	0,0125
914170	VILLAVICENCIO	977852,531	0,0084
964396	VILLAVICENCIO	977852,642	0,0126
964496	VILLAVICENCIO	977842,633	0,0126
900495	VILLETA	977776,287	0,0047
900595	VILLETA	977776,177	0,0101

## A.2 SIGNAR gravimetrisches Netz 2. Ordnung

Nr.	Stadt	Schwere [mGal]	$\sigma_i$ [mGal]
914270	APIAY	977872,008	0,0206
914570	ARAUCA	978054,793	0,0172
916070	ARAUCA	978055,118	0,0255
916370	AGUACHICA	978037,607	0,0184
915870	BARRANCA	977972,315	0,0138
912049	BARRANQUILLA	978211,589	0,0134
912149	BARRANQUILLA	978224,310	0,0336
916770	BARRANQUILLA	978211,519	0,0231
952667	BARRANQUILLA	978228,459	0,0456
902749	BOGOTA	977389,989	0,0149
902849	BOGOTA	977390,081	0,0143
902949	BOGOTA	977386,861	0,0335
903049	BOGOTA	977380,548	0,0131
916870	BOGOTA	977380,570	0,0220
961967	BOGOTA	977390,110	0,0158
980772	BOGOTA	977380,332	0,0119
980872	BOGOTA	977380,296	0,0171
915970	BUCARAMANGA	977827,956	0,0168
912970	BUENAVENTURA	977980,162	0,0216
913170	BUENAVENTURA	978000,500	0,0245
913270	BUENAVENTURA	978000,494	0,0241
965663	CALI	977804,870	0,0116
990467	CALI	977845,542	0,0287
915370	CARTAGENA	978181,357	0,0162
915470	CARTAGENA	978179,205	0,0162
915570	CARTAGENA	978178,916	0,0068
915670	COROZAL	978145,261	0,0235
914670	CUCUTA	977957,538	0,0119
916470	EL BANCO	978137,107	0,0173
912270	FUSAGASUGA	977554,859	0,0351
912470	GIRARDOT	977866,880	0,0230
912570	IBAGUE	977761,228	0,0229
912170	LA AGUADITA	977514,022	0,0298
912370	LINE	977854,339	0,0404
916670	MAGANGUE	978121,078	0,0156
915070	MAICAO	978216,843	0,0197
903149	MEDELLIN	977741,165	0,0157
915770	MONTERIA	978163,845	0,0182
960558	PASTO	977585,732	0,0278
902449	POPAYAN	977584,426	0,0182

Nr.	Stadt	Schwere [mGal]	$\sigma_i$ [mGal]
965467	POPAYAN	977584,449	0,0142
914370	PUERTO CARRENO	978061,543	0,0213
915170	RIOHACHA	978192,919	0,0248
913670	SAN ANDRES	978381,970	0,0171
913870	SAN ANDRES	978382,963	0,0254
914870	SANTA MARTA	978318,313	0,0169
912070	SIBATE	977382,198	0,0241
914470	TAME	977943,586	0,0216
913970	TURBO	978097,695	0,0213
915270	VALLEDUPAR	978221,592	0,0231
914070	VILLAVICENCIO	977839,672	0,0143

### A.3 Gravimetrisches Netz RED58

Nr.	Stadt	Schwere [mGal]	$\sigma_i$ [mGal]
960158	BARBOSA	977668,506	0,041
960258	CALI	977826,041	0,200
960358	EL DIFICIL	978113,620	0,127
960458	IPIALES	977932,521	0,213
960558	PASTO	977585,747	0,023
960658	PEREIRA	977756,944	0,136
960758	PLANETA RICA	978100,095	0,195
960958	QUIBDO	978034,164	0,204
961058	SAN GIL	977685,028	0,038
961158	TIBU	978091,491	0,141
962159	AYACUCHO	978108,558	0,167
962259	FLORENCIA	977931,786	0,174
962359	FUNDACION	978174,078	0,254
962459	LA JAGUA	977733,253	0,161
962559	LA PEDRERA	978037,558	0,744
962659	LETICIA	978050,006	0,511
962759	MITU	977996,713	0,233
962859	PUERTO LEGUIZAMO	977996,193	0,321
962959	TARAPACA	978044,776	0,577
963059	TRES ESQUINAS	977990,260	0,221
964160	AGUAZUL	977904,338	0,194
964260	GAMARRA	978037,996	0,199
964360	PAIPA	977460,124	0,061
964460	PALANQUERO	977949,713	0,203
964560	PUERTO BERRIO	978016,650	0,202
964660	OROCUE	977999,120	0,215
964760	SAN JOSE DEL GUAVIARE	978041,317	0,186
965663	CALI APTO	977804,869	0,011

**A.4 Maßstabsfaktoren der benutzten Gravimeter in der gravimetrischen Linien**

Gravimeter	Intervall [ $10^{-5} \text{ ms}^{-2}$ ]			Netz
	9770 400 - 977 700	977 700 - 978 000	978 000 - 978 400	
W32	$0,99944 \pm 4,51\text{E-}04$	$0,99609 \pm 2,87\text{E-}04$	$0,96896 \pm 2,67\text{E-}03$	W
		$0,99703 \pm 7,54\text{E-}04$		SW
			$0,99380 \pm 6,39\text{E-}03$	NEa
		$0,99810 \pm 6,33\text{E-}03$	$1,01495 \pm 6,89\text{E-}03$	Ea
W682			$1,00684 \pm 2,17\text{E-}03$	W
W147	$0,99845 \pm 3,27\text{E-}04$	$0,99497 \pm 9,82\text{E-}04$		NEa
		$1,02496 \pm 2,47\text{E-}02$		Ea
			$1,01205 \pm 3,10\text{E-}03$	W
W106	$0,99270 \pm 5,46\text{E-}04$			NEa
W1342		$1,00081 \pm 2,03\text{E-}03$		Ea
LCR11	$0,99983 \pm 1,03\text{E-}05$			
LCR46	$0,99955 \pm 3,51\text{E-}5$			
LCR67	$1,0010 \pm 1,01\text{E-}5$			

### A.5 Gänge der benutzten Gravimeter in der gravimetrischen Linien

Gravimeter	Intervall [ $10^{-5} \text{ ms}^{-2}$ ]			Netz
	9770 400 - 977 700	977 700 - 978 000	978 000 - 978 400	
W32B	$0,02648 \pm 2,98\text{E-}03$	$-0,04439 \pm 2,26\text{E-}03$	$0,01319 \pm 2,44\text{E-}03$	W
	$-0,17239 \pm 1,62\text{E-}02$	$-0,54032 \pm 2,13\text{E-}02$		SW
	$-0,00836 \pm 5,70\text{E-}03$	$-0,06124 \pm 3,86\text{E-}03$	$-0,05216 \pm 5,17\text{E-}03$	Nea
			$-0,00302 \pm 6,95\text{E-}03$	Neb
	$0,08784 \pm 1,22\text{E-}02$	$0,06574 \pm 7,52\text{E-}03$		Ea
	$-0,04266 \pm 1,41\text{E-}02$	$0,10237 \pm 3,24\text{E-}02$	$0,01277 \pm 4,28\text{E-}02$	RED58
			$0,00827 \pm 4,20\text{E-}03$	NW
W397	$-0,00726 \pm 4,28\text{E-}03$	$0,05805 \pm 2,07\text{E-}03$	$0,05725 \pm 4,53\text{E-}03$	W
		$0,16699 \pm 1,16\text{E-}02$	$0,07781 \pm 6,49\text{E-}03$	SW
	$0,04917 \pm 5,02\text{E-}03$	$0,17173 \pm 3,69\text{E-}02$	$-0,02380 \pm 3,79\text{E-}02$	Nea
			$0,02480 \pm 9,14\text{E-}03$	Neb
		$0,42958 \pm 4,12\text{E-}02$	$0,13282 \pm 4,25\text{E-}02$	Ea
			$0,07336 \pm 1,45\text{E-}02$	NW
	$-0,06175 \pm 1,39\text{E-}01$	$0,13208 \pm 5,04\text{E-}02$	$-0,00476 \pm 5,48\text{E-}02$	RED58
W32	$0,09466 \pm 1,18\text{E-}02$	$0,05297 \pm 2,51\text{E-}03$	$-0,03683 \pm 1,46\text{E-}02$	W
		$0,20917 \pm 1,33\text{E-}02$		SW
		$0,01390 \pm 4,53\text{E-}03$	$0,03646 \pm 8,27\text{E-}03$	Ea
			$0,13584 \pm 1,50\text{E-}02$	Eb
	$-0,08279 \pm 1,55\text{E-}02$	$0,01908 \pm 1,56\text{E-}02$	$-0,06556 \pm 3,94\text{E-}02$	NEa
			$0,03879 \pm 8,93\text{E-}03$	NEb
W682	$-0,03881 \pm 3,86\text{E-}03$			W
W147			$-0,04875 \pm 2,35\text{E-}02$	W
	$-0,01401 \pm 3,83\text{E-}03$	$0,02618 \pm 6,23\text{E-}03$		NEa
		$0,01160 \pm 1,23\text{E-}02$		Ea
W106	$0,05964 \pm 6,39\text{E-}03$			NEa
W1342		$0,08089 \pm 2,07\text{E-}02$		Ea
LCR11		$-0,00718 \pm 1,17\text{E-}03$		W
		$-0,01554 \pm 2,38\text{E-}03$		SW
		$-0,01225 \pm 1,35\text{E-}03$		NEa
		$-0,01056 \pm 2,68\text{E-}03$		Ea
LCR46		$-0,00329 \pm 1,11\text{E-}03$		W
		$-0,00910 \pm 2,64\text{E-}03$		NEa
LCR67		$-0,02269 \pm 2,69\text{E-}02$		W
		$0,00141 \pm 1,73\text{E-}03$		NEa
		$-0,00560 \pm 1,96\text{E-}03$		Ea



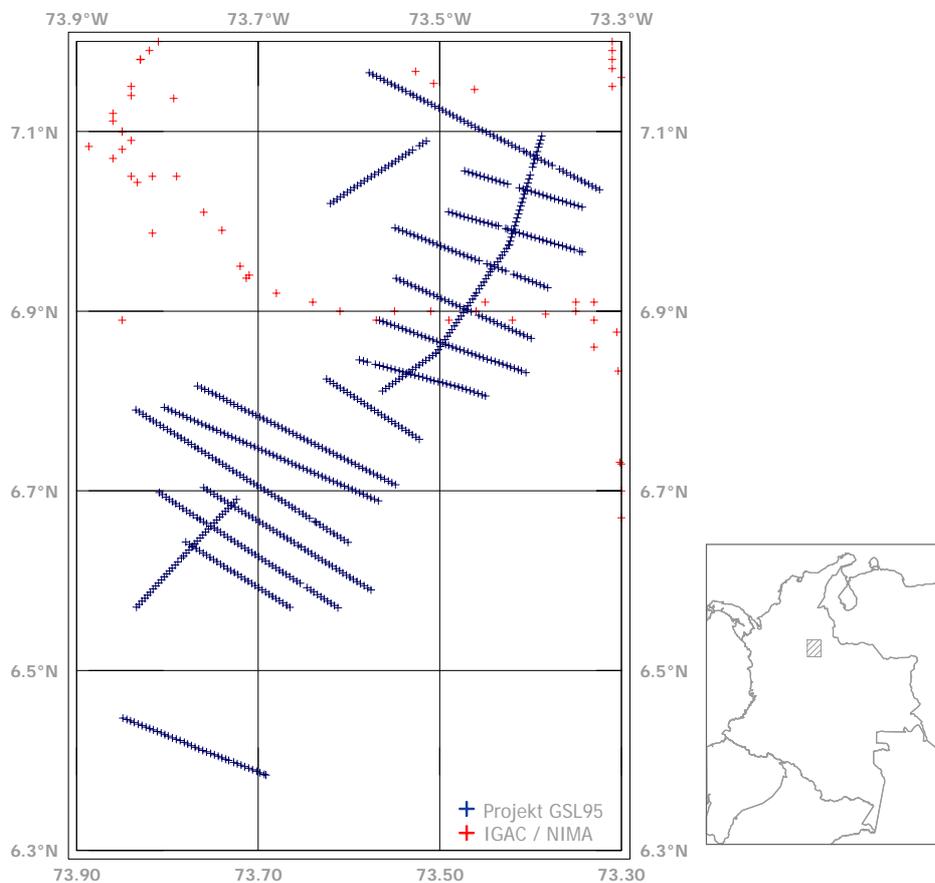
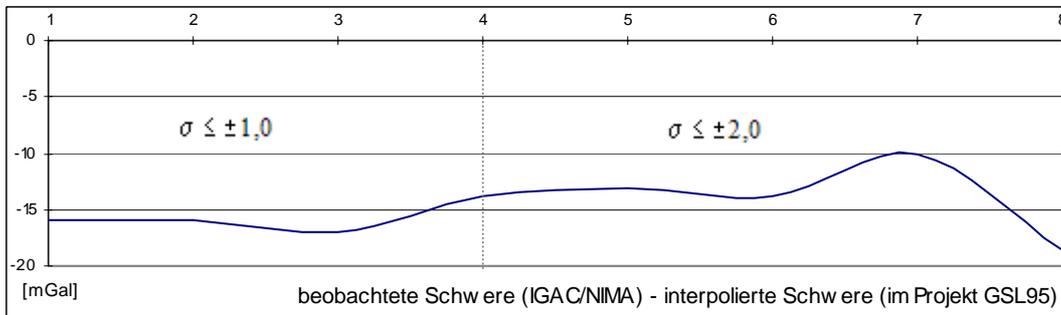
# B Bereinigung der Schweredaten der Erdölgesellschaft Kolumbiens

## B.1 Projekt GSL95

Anzahl der Punkte: 773  
 Beobachtungsjahr: 1995  
 Gravimetrisches Datum: POTSDAM  
 Angewendete Korrektur für die Schwerewerte: -15,640 mGal

Mittelwert der Differenzen zwischen beobachteter Schwere in IGAC (bzw. NIMA) Punkten Schwere und den entsprechenden interpolierten Werten im Projekt GSL95:

Varianz der interpolierten Werte	Anzahl der Punkte	Mittelwert der Differenz
$\pm 2,0 \leq \sigma \leq \pm 3,0$	4	-15,640 mGal
$\pm 2,0 \leq \sigma \leq \pm 4,0$	8	-14,745 mGal

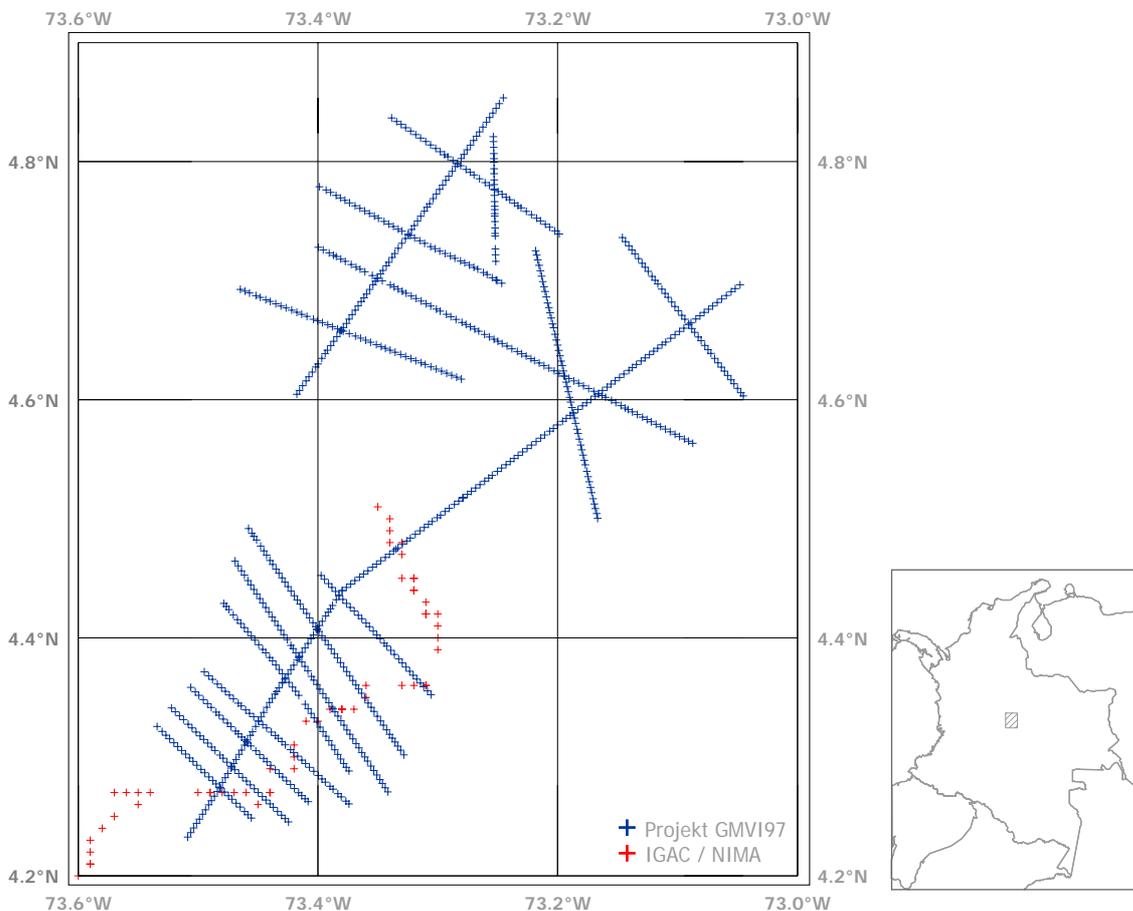
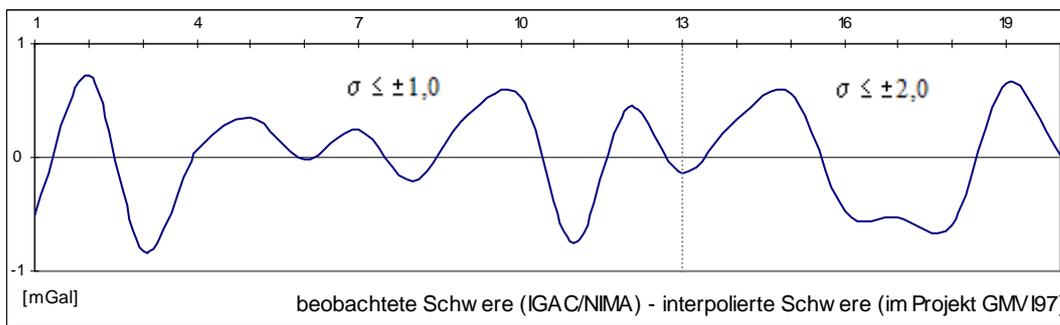


**B.2 Projekt GMVI97**

Anzahl der Punkte: 845  
 Beobachtungsjahr: 1997  
 Gravimetrisches Datum: IGSN71 (IAGBN)  
 Angewendete Korrektur für die Schwerewerte: Keine

Mittelwert der Differenzen zwischen beobachteter Schwere in IGAC (bzw. NIMA) Punkten Schwere und den entsprechenden interpolierten Werten im Projekt GMVI97:

Varianz der interpolierten Werte	Anzahl der Punkte	Mittelwert der Differenz
$\pm 0,0 \leq \sigma \leq \pm 1,0$	13	-0,021 mGal
$\pm 0,0 \leq \sigma \leq \pm 2,0$	20	-0,012 mGal

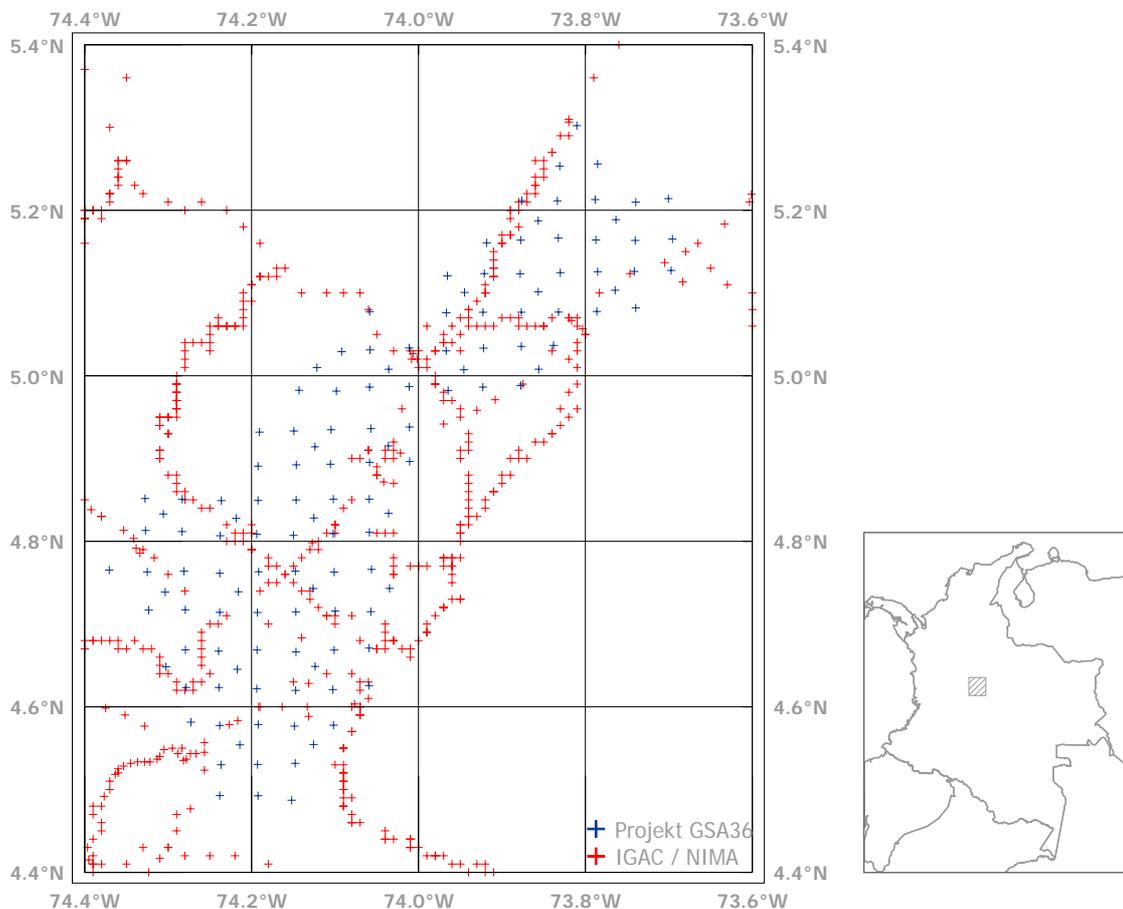
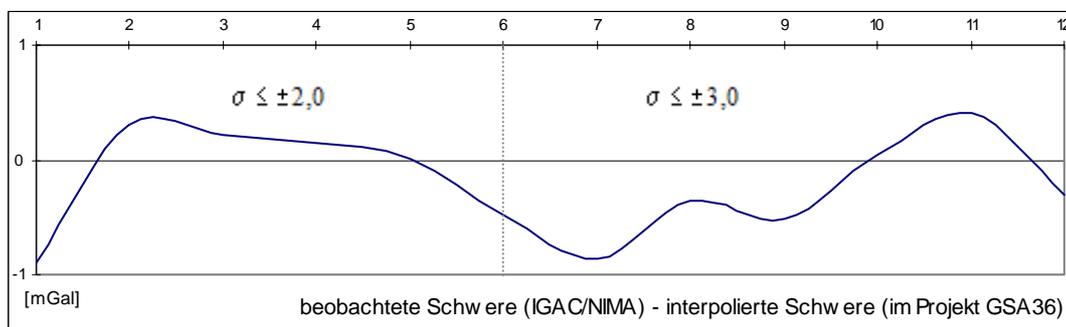


### B.3 Projekt GSA36

Anzahl der Punkte: 128  
 Beobachtungsjahr: 1969  
 Gravimetrisches Datum: IGSN71 (IAGBN)  
 Angewendete Korrektur für die Schwerewerte: Keine

Mittelwert der Differenzen zwischen beobachteter Schwere in IGAC (bzw. NIMA) Punkten und den entsprechenden interpolierten Werten im Projekt GSA36:

Varianz der interpolierten Werte	Anzahl der Punkte	Mittelwert der Differenz
$\pm 0,0 \leq \sigma \leq \pm 1,0$	6	-0,115 mGal
$\pm 0,0 \leq \sigma \leq \pm 2,0$	12	-0,170 mGal

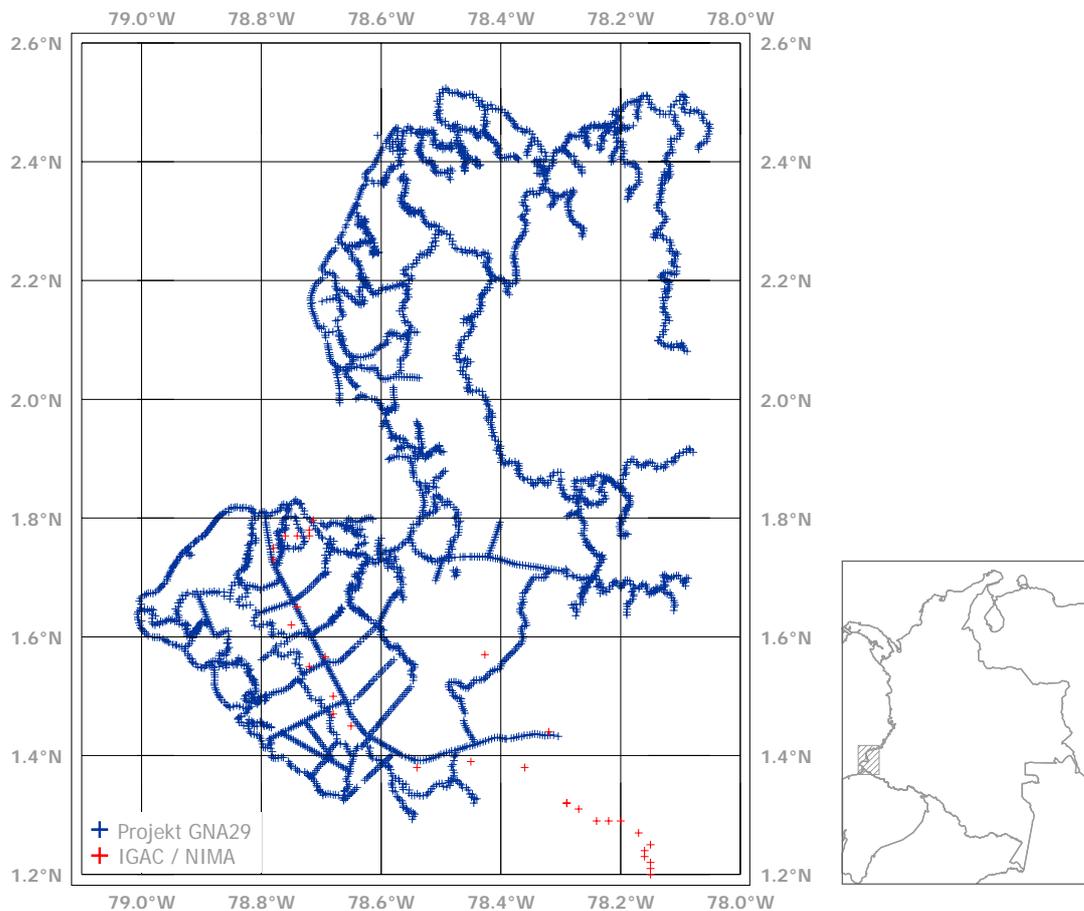
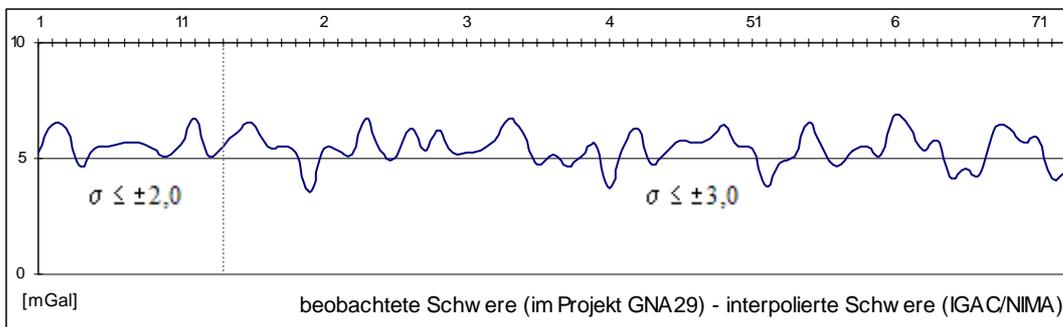


**B.4 Projekt GNA29**

Anzahl der Punkte: 557  
 Beobachtungsjahr: 1970  
 Gravimetrisches Datum: IGSN71 (?)  
 Angewendete Korrektur für die Schwerewerte: -5,763 mGal

Mittelwert der Differenzen zwischen beobachteter Schwere im Projekt GNA29 und den entsprechenden interpolierten Werten in IGAC (bzw. NIMA) Punkten:

Varianz der interpolierten Werte	Anzahl der Punkte	Mittelwert der Differenz
$\pm 0,0 \leq \sigma \leq \pm 2,0$	14	+5,763 mGal
$\pm 0,0 \leq \sigma \leq \pm 3,0$	73	+5,457 mGal

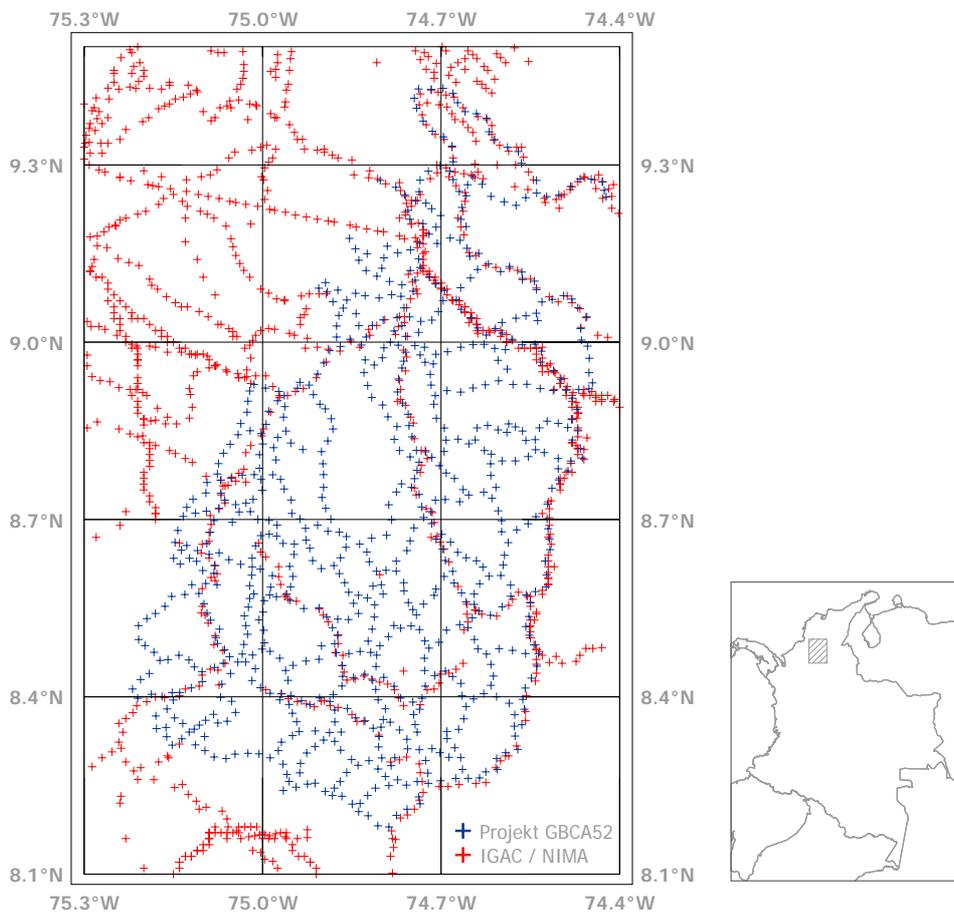
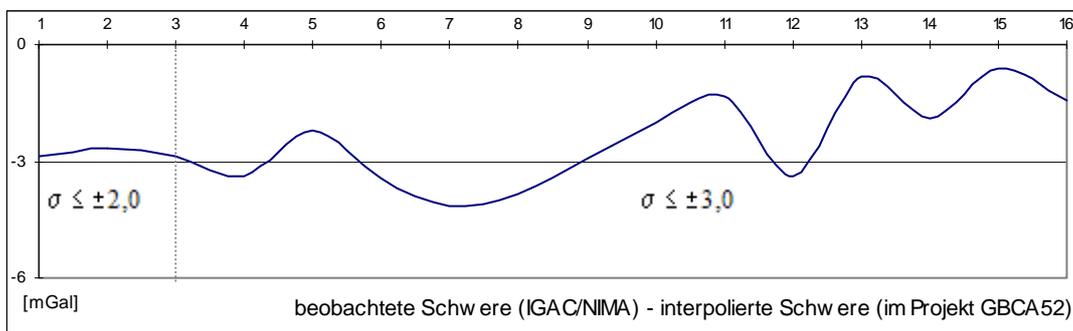


### B.5 Projekt GBCA52

Anzahl der Punkte: 774  
 Beobachtungsjahr: 1970  
 Gravimetrisches Datum: IGSN71 (?)  
 Angewendete Korrektur für die Schwerewerte: -2,800 mGal

Mittelwert der Differenzen zwischen beobachteter Schwere in IGAC (bzw. NIMA) Punkten und den entsprechenden interpolierten Werten im Projekt GBCA52:

Varianz der interpolierten Werte	Anzahl der Punkte	Mittelwert der Differenz
$\pm 0,0 \leq \sigma \leq \pm 1,0$	3	-2,800 mGal
$\pm 0,0 \leq \sigma \leq \pm 2,0$	16	-2,480 mGal

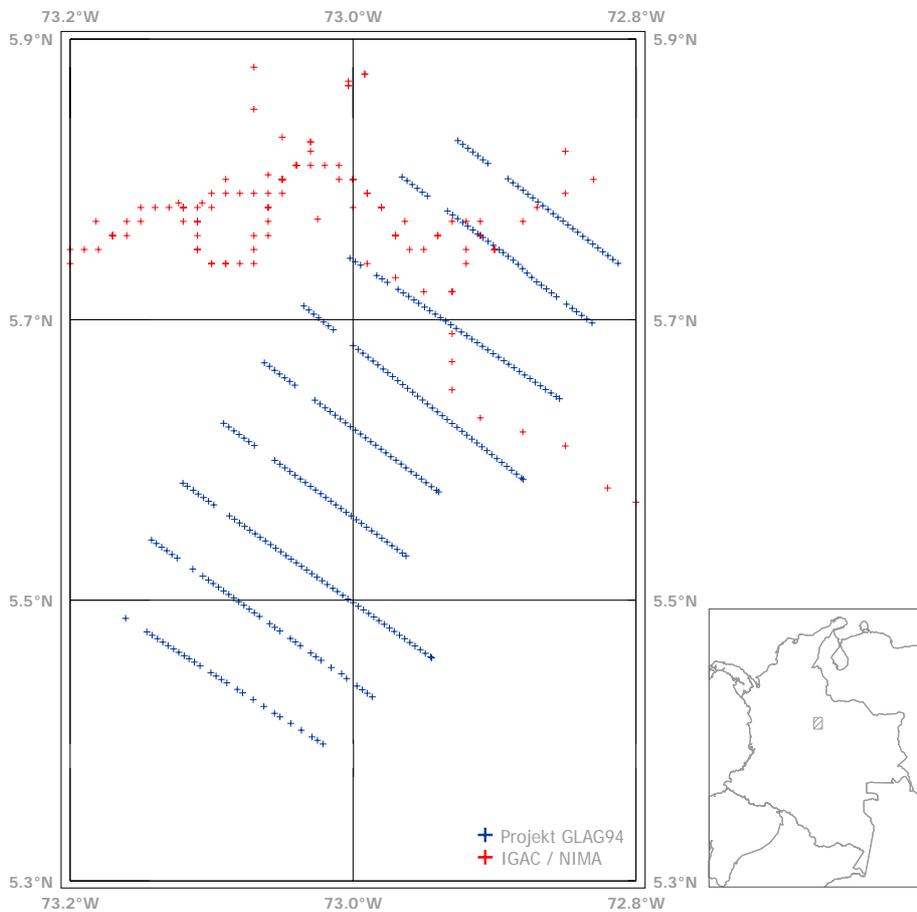
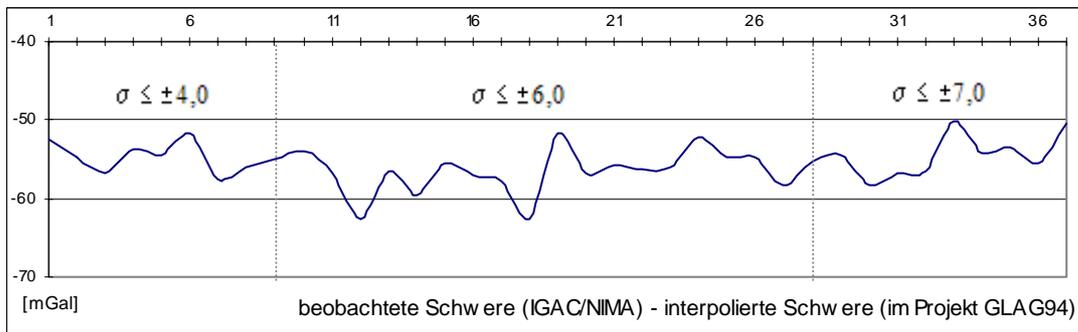


**B.6 Projekt GLAG94**

Anzahl der Punkte: 347  
 Beobachtungsjahr: 1994  
 Gravimetrisches Datum: Unbekannt  
 Angewendete Korrektur für die Schwerewerte: -55,603 mGal

Mittelwert der Differenzen zwischen beobachteter Schwere in IGAC (bzw. NIMA) Punkten und den entsprechenden interpolierten Werten im Projekt GLAG94:

Varianz der interpolierten Werte	Anzahl der Punkte	Mittelwert der Differenz
$\pm 3,0 \leq \sigma \leq \pm 4,0$	9	-54,750 mGal
$\pm 3,0 \leq \sigma \leq \pm 6,0$	27	-55,909 mGal
$\pm 3,0 \leq \sigma \leq \pm 7,0$	37	-55,603 mGal

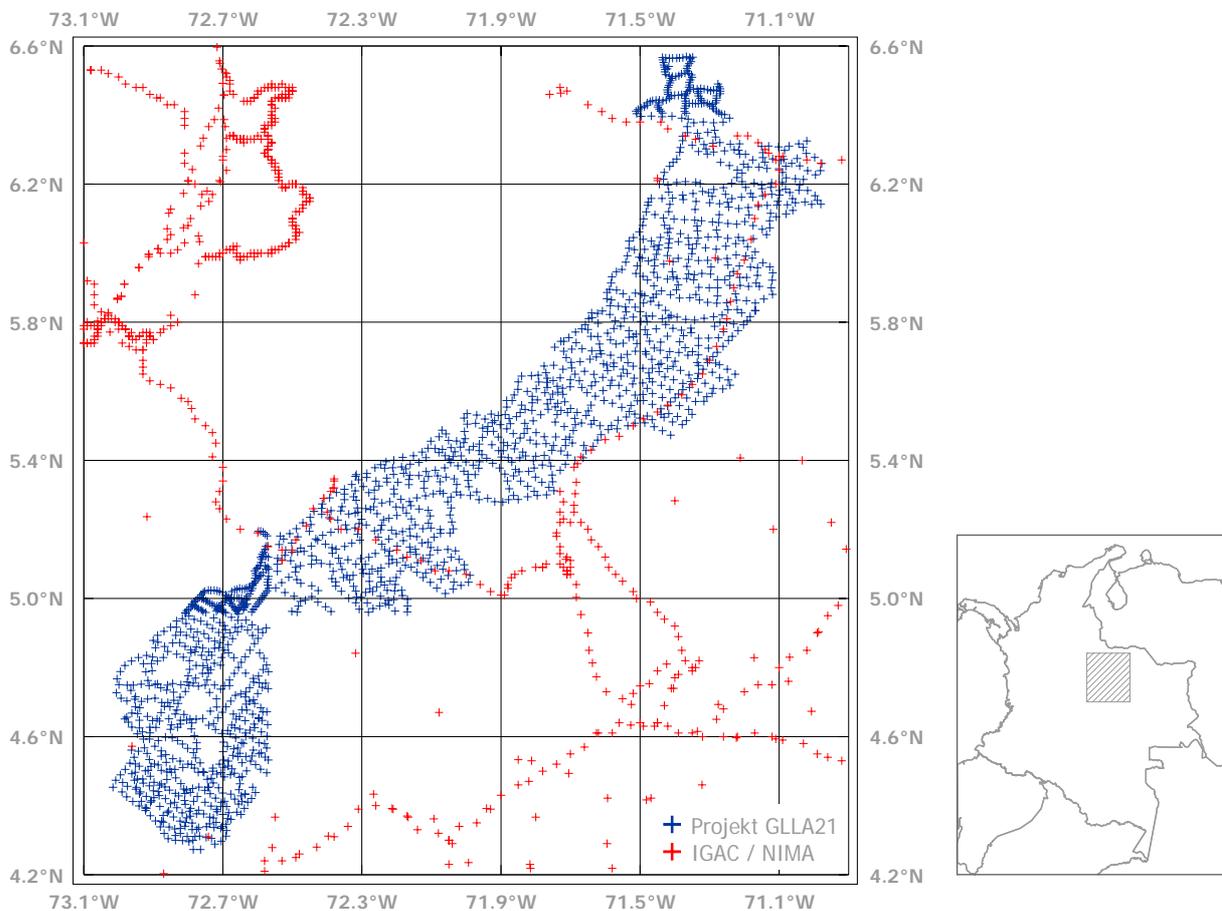
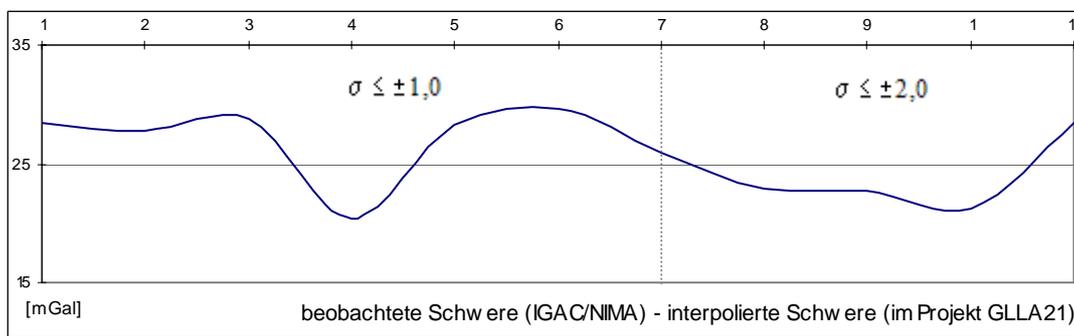


### B.7 Projekt GLLA21

Anzahl der Punkte: 1775  
 Beobachtungsjahr: 1968  
 Gravimetrisches Datum: Unbekannt  
 Angewendete Korrektur für die Schwerewerte: +27,034 mGal

Mittelwert der Differenzen zwischen beobachteter Schwere in IGAC (bzw. NIMA) Punkten und den entsprechenden interpolierten Werten im Projekt GLLA21:

Varianz der interpolierten Werte	Anzahl der Punkte	Mittelwert der Differenz
$\pm 3,0 \leq \sigma \leq \pm 4,0$	7	+27,034 mGal
$\pm 3,0 \leq \sigma \leq \pm 6,0$	11	+25,877 mGal

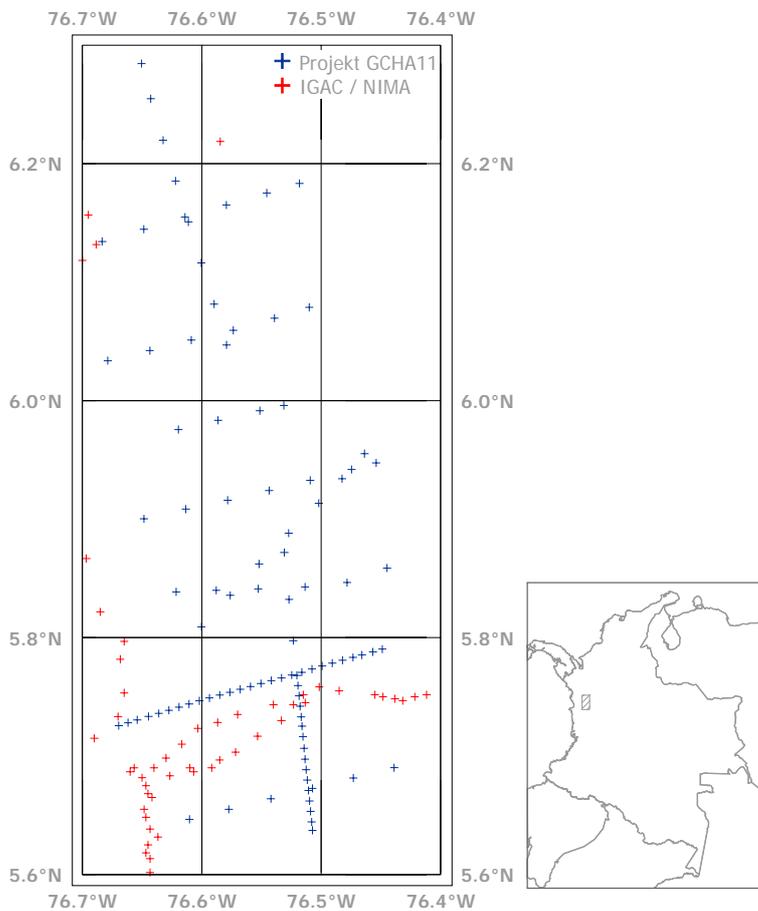
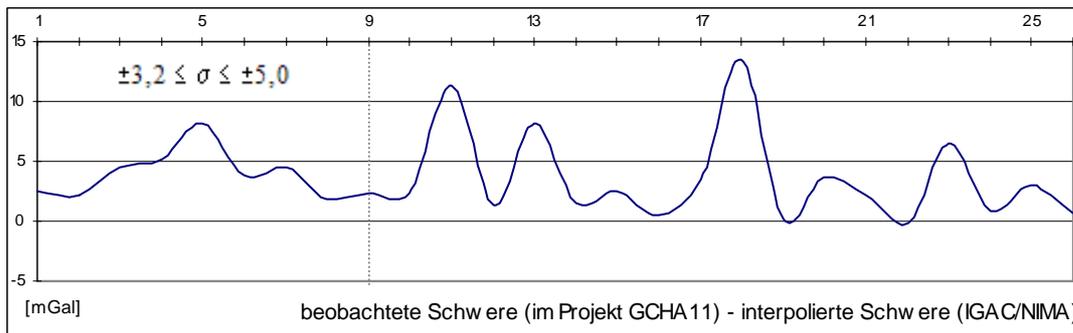


**B.8 Projekt GCHA11**

Anzahl der Punkte: 96  
 Beobachtungsjahr: 1982  
 Gravimetrisches Datum: Unbekannt  
 Angewendete Korrektur für die Schwerewerte: nicht bestimmbar

Mittelwert der Differenzen zwischen beobachteter Schwere im Projekt GCHA11 und den entsprechenden interpolierten Werten in IGAC (bzw. NIMA) Punkten:

Varianz der interpolierten Werte	Anzahl der Punkte	Mittelwert der Differenz
$\pm 3,0 \leq \sigma \leq \pm 4,0$	9	+4,692 mGal
$\pm 3,0 \leq \sigma \leq \pm 6,0$	26	+3,536 mGal

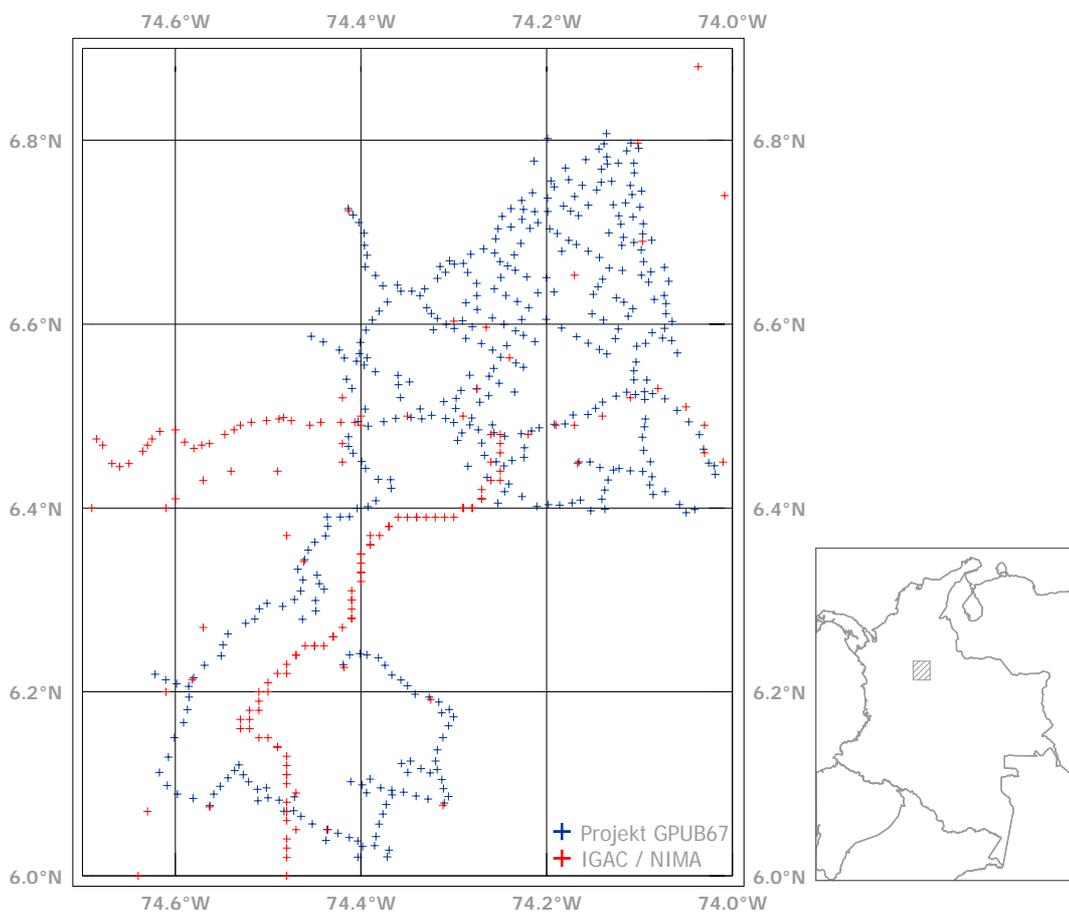
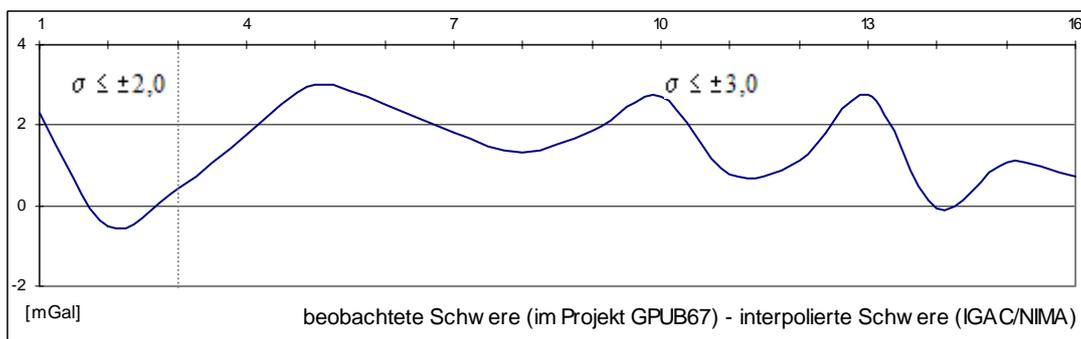


### B.9 Projekt GPUB67

Anzahl der Punkte: 409  
 Beobachtungsjahr: 1956  
 Gravimetrisches Datum: Unbekannt  
 Angewendete Korrektur für die Schwerewerte: nicht bestimmbar

Mittelwert der Differenzen zwischen beobachteter Schwere im Projekt GPUB67 und den entsprechenden interpolierten Werten in IGAC (bzw. NIMA) Punkten:

Varianz der interpolierten Werte	Anzahl der Punkte	Mittelwert der Differenz
$\pm 3,0 \leq \sigma \leq \pm 4,0$	3	+0,472 mGal
$\pm 3,0 \leq \sigma \leq \pm 6,0$	16	+1,477 mGal



## C Vergleich der Schwerefeldmodelle EGM96, TEG-4 und EIGEN-2 mit den regionalen Anomalien

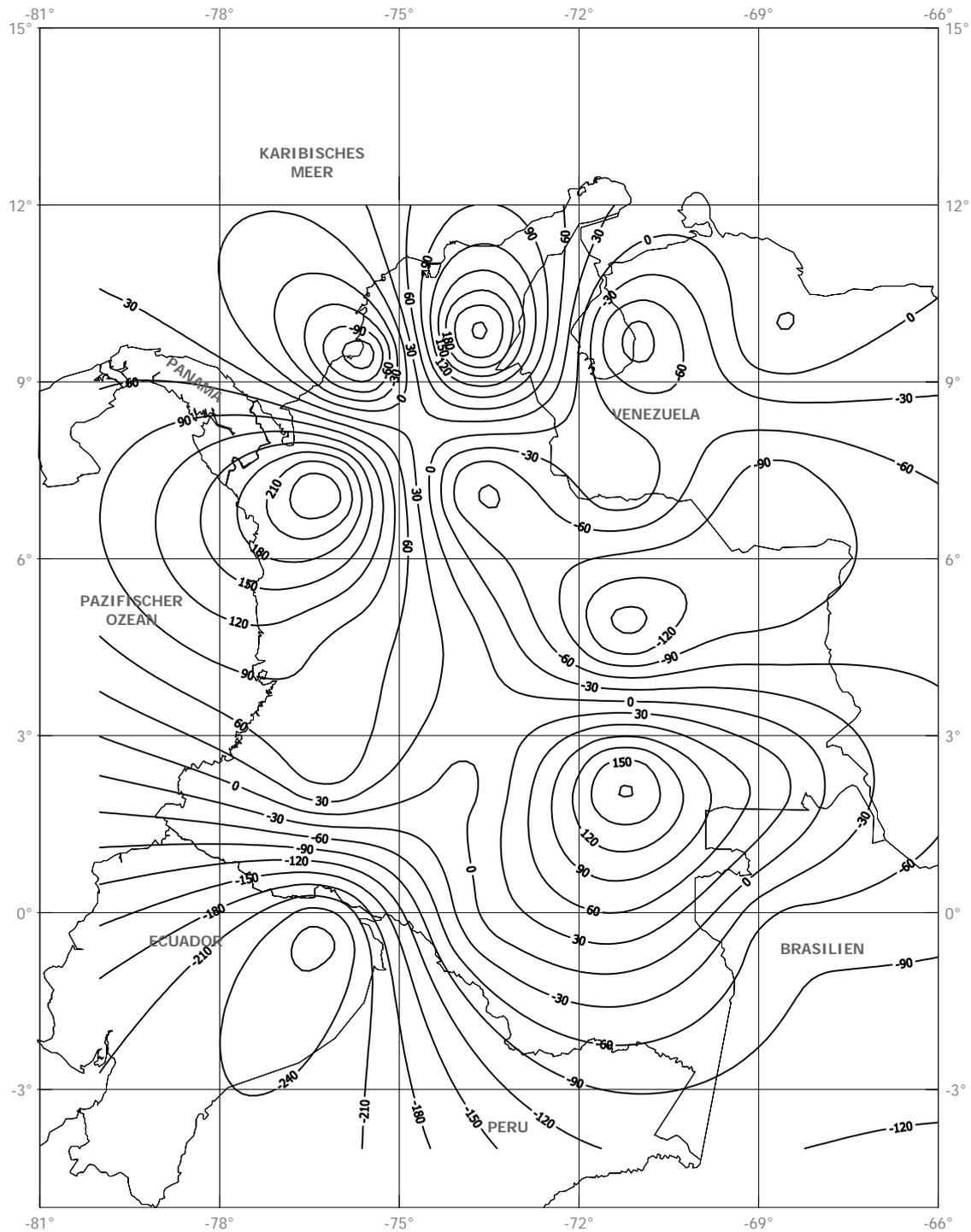
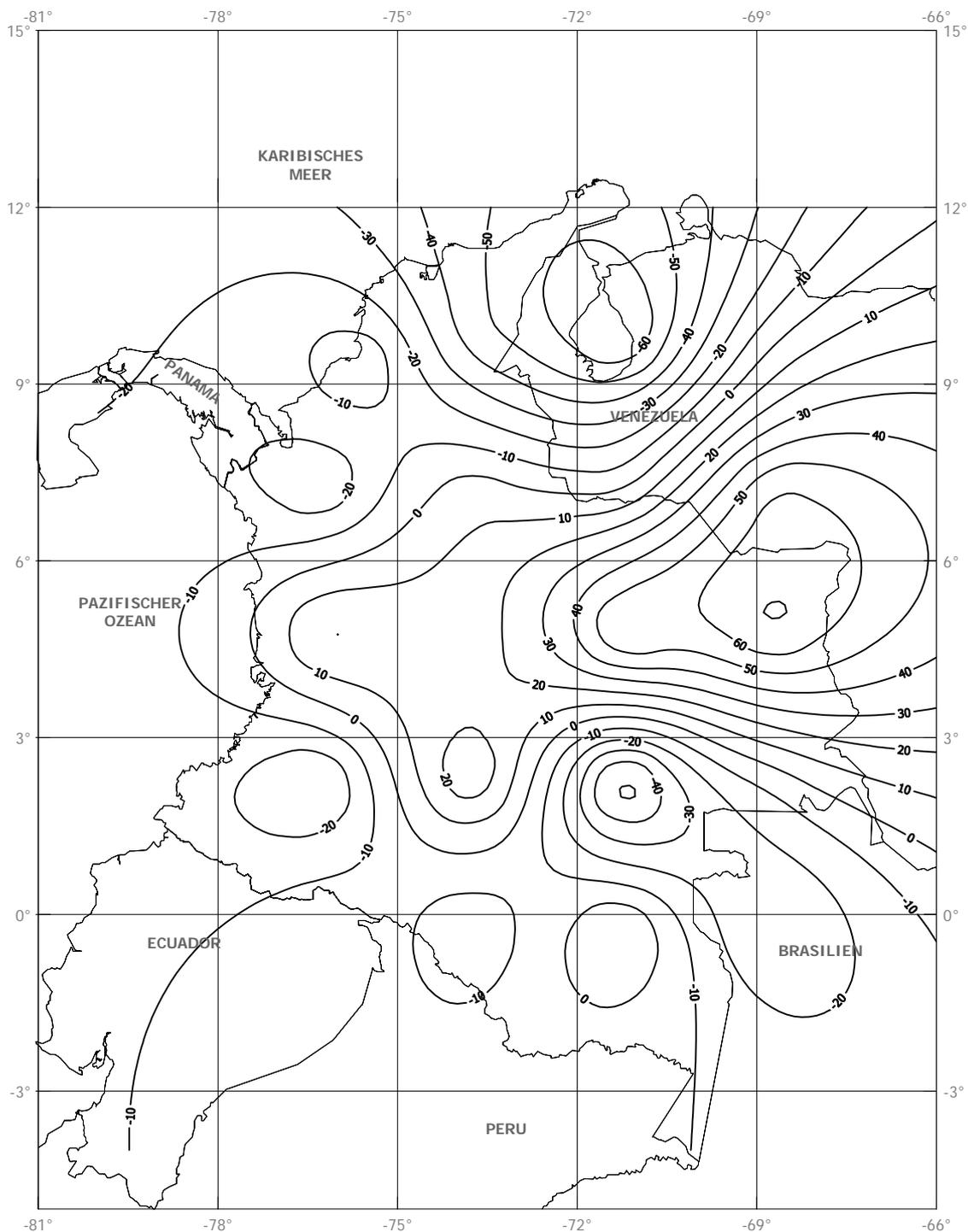
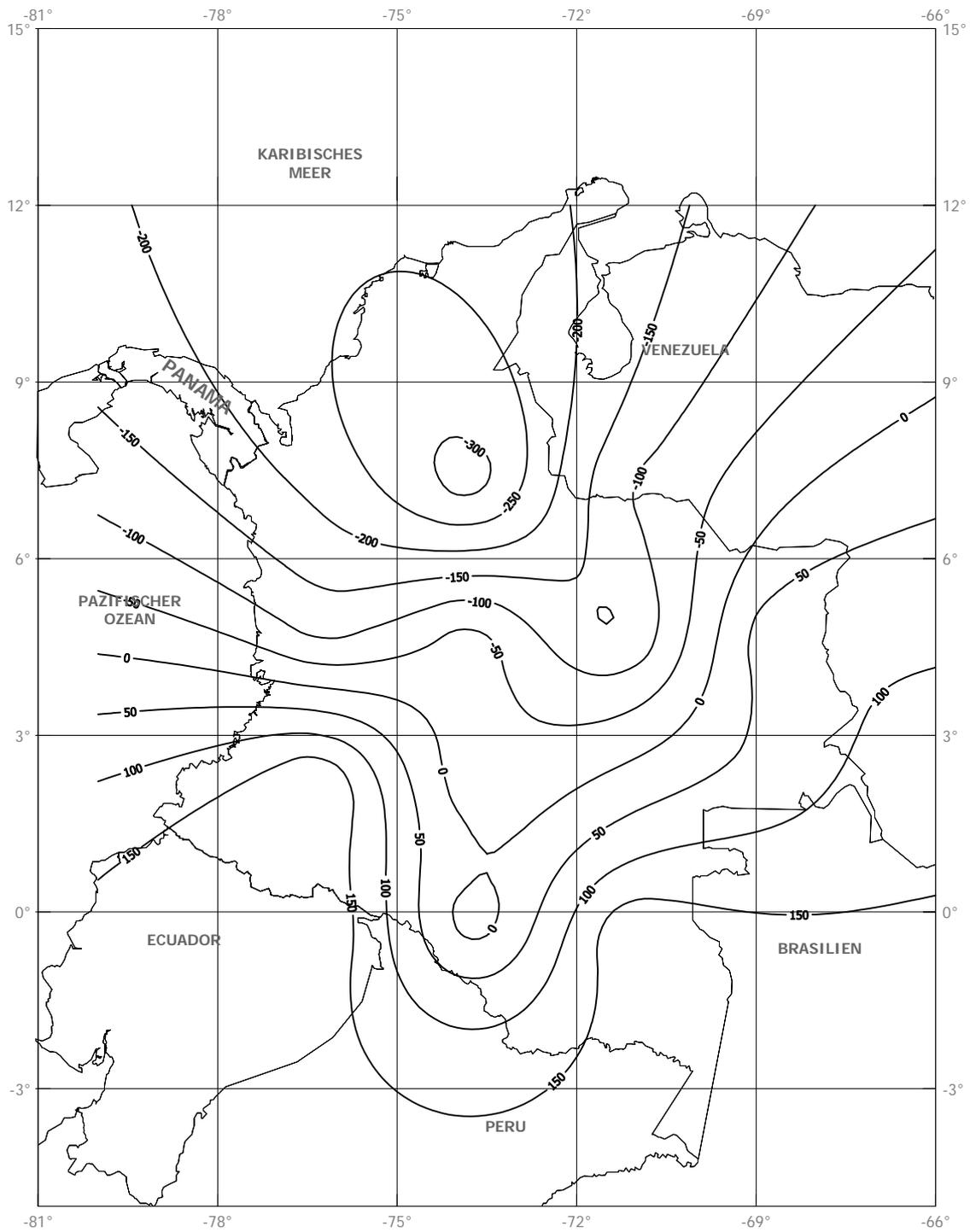


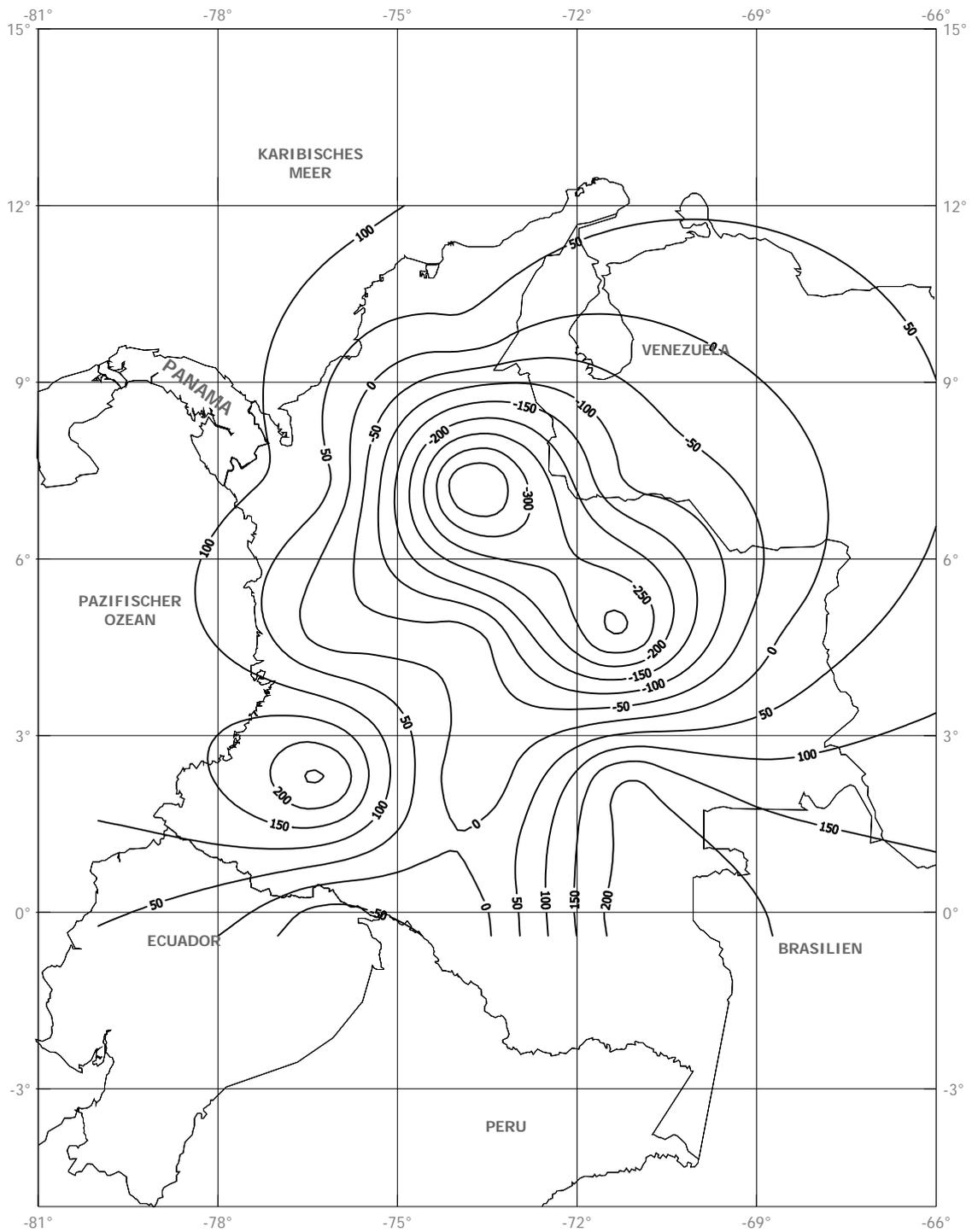
Abbildung C.1 Differenzen mittlerer Anomalien ( $2,5^\circ \times 2,5^\circ$ ) der globalen Schwerefeldmodelle EGM96 und EIGEN-2 [ $\mu\text{ms}^{-2}$ ]



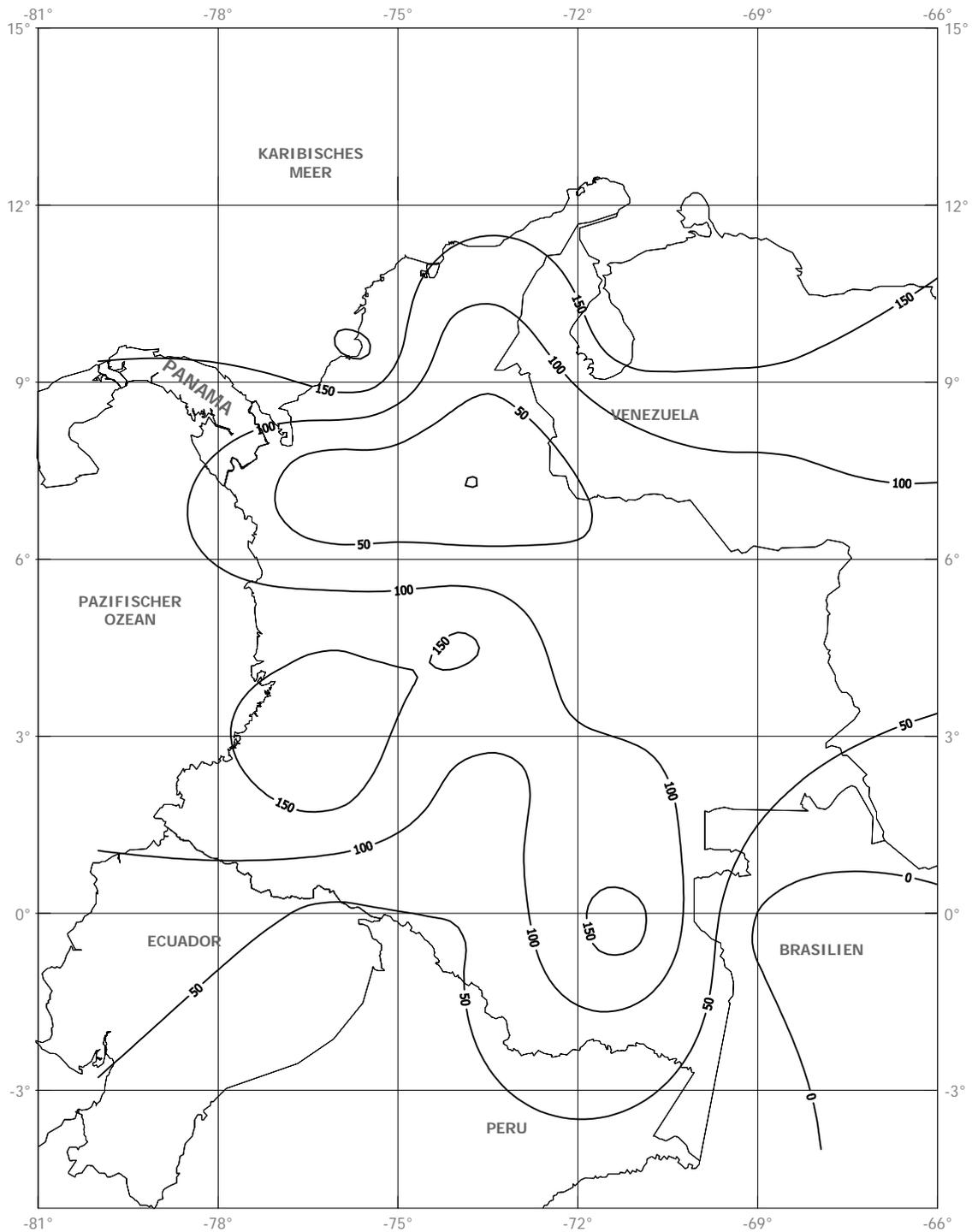
**Abbildung C.2** Differenzen mittlerer Anomalien ( $2,5^\circ \times 2,5^\circ$ ) der globalen Schwerefeldmodelle TEG-4 und EGM96 [ $\mu\text{ms}^{-2}$ ]



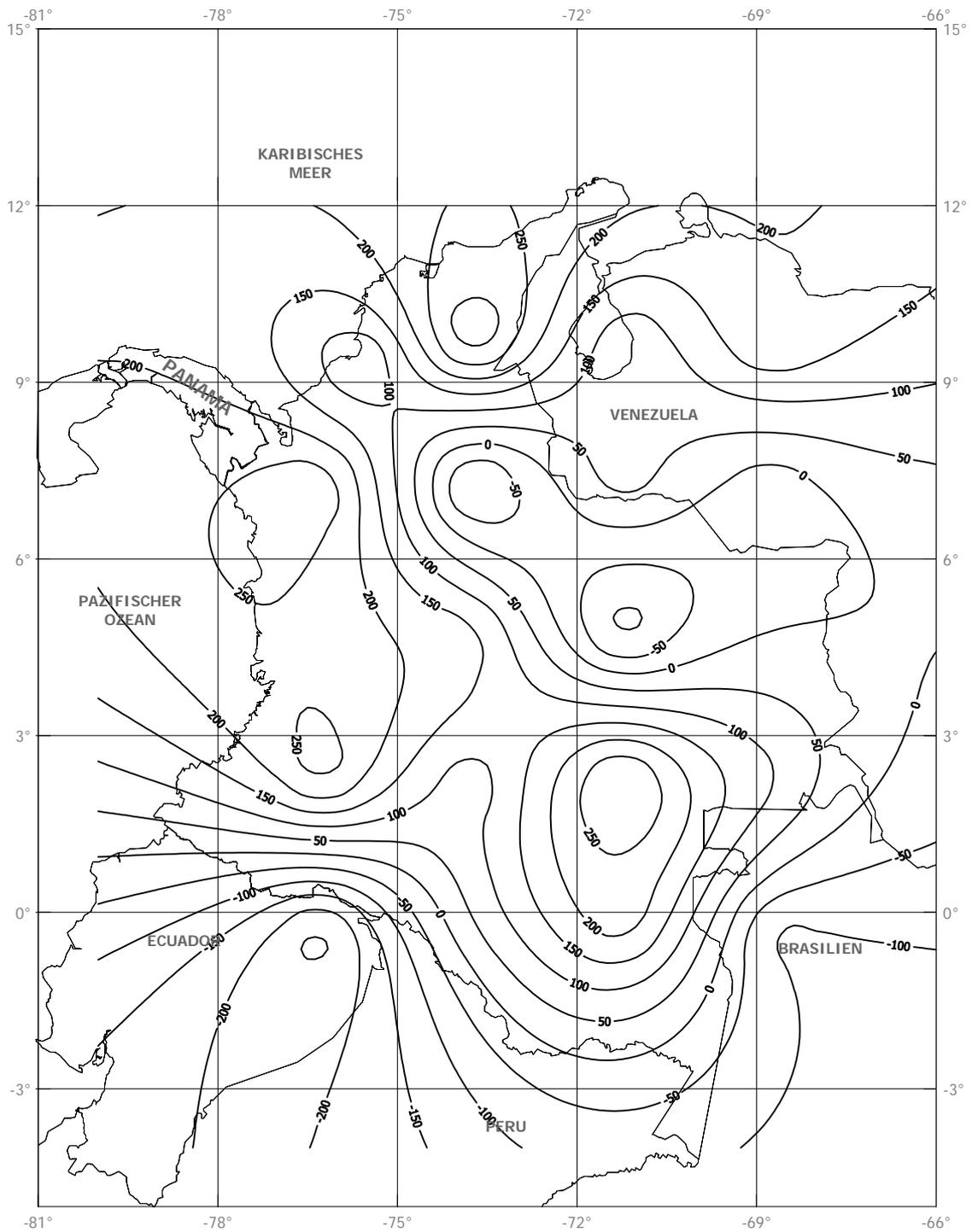
**Abbildung C.3** Differenzen zwischen regionalen Freiluft-Anomalien ( $2,5^\circ \times 2,5^\circ$ ) und globalem Modell EGM96 [ $\mu\text{ms}^{-2}$ ]



**Abbildung C.4** Differenzen zwischen regionalen Freiluft-Anomalien (2,5°x2,5°) und globalem Modell EIGEN-2 [ $\mu\text{ms}^{-2}$ ]



**Abbildung C.5** Differenzen zwischen regionalen Faye-Anomalien (2,5°x2,5°) und globalem Modell EGM96 [ $\mu\text{ms}^{-2}$ ]



**Abbildung C.6** Differenzen zwischen regionalen Faye-Anomalien ( $2,5^\circ \times 2,5^\circ$ ) und globalem Modell EIGEN-2 [ $\mu\text{ms}^{-2}$ ]

# D Graphische Darstellung der Schwerefeldparameter

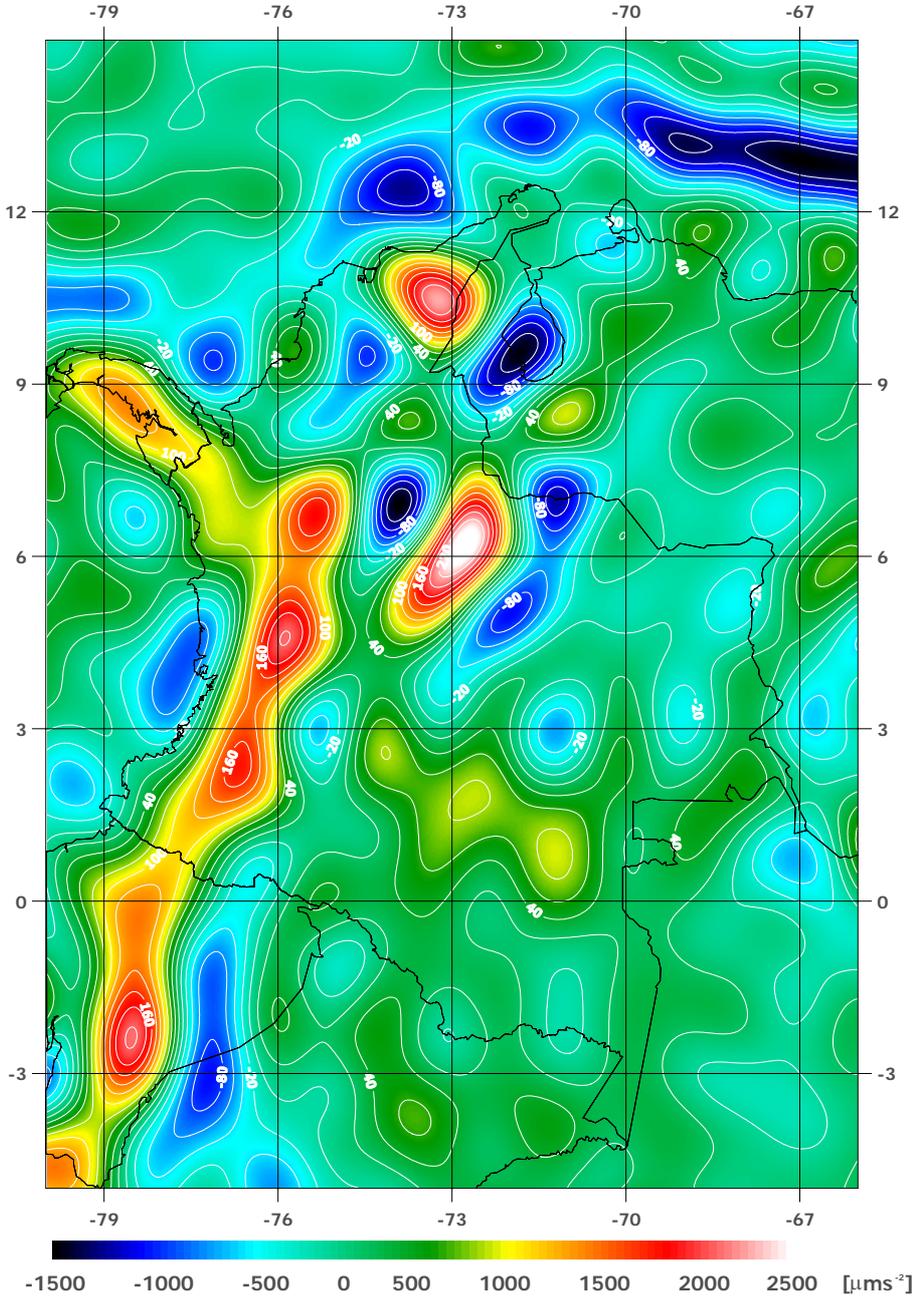


Abbildung D.1 Freiluft-Anomalien des Modells TEG-4

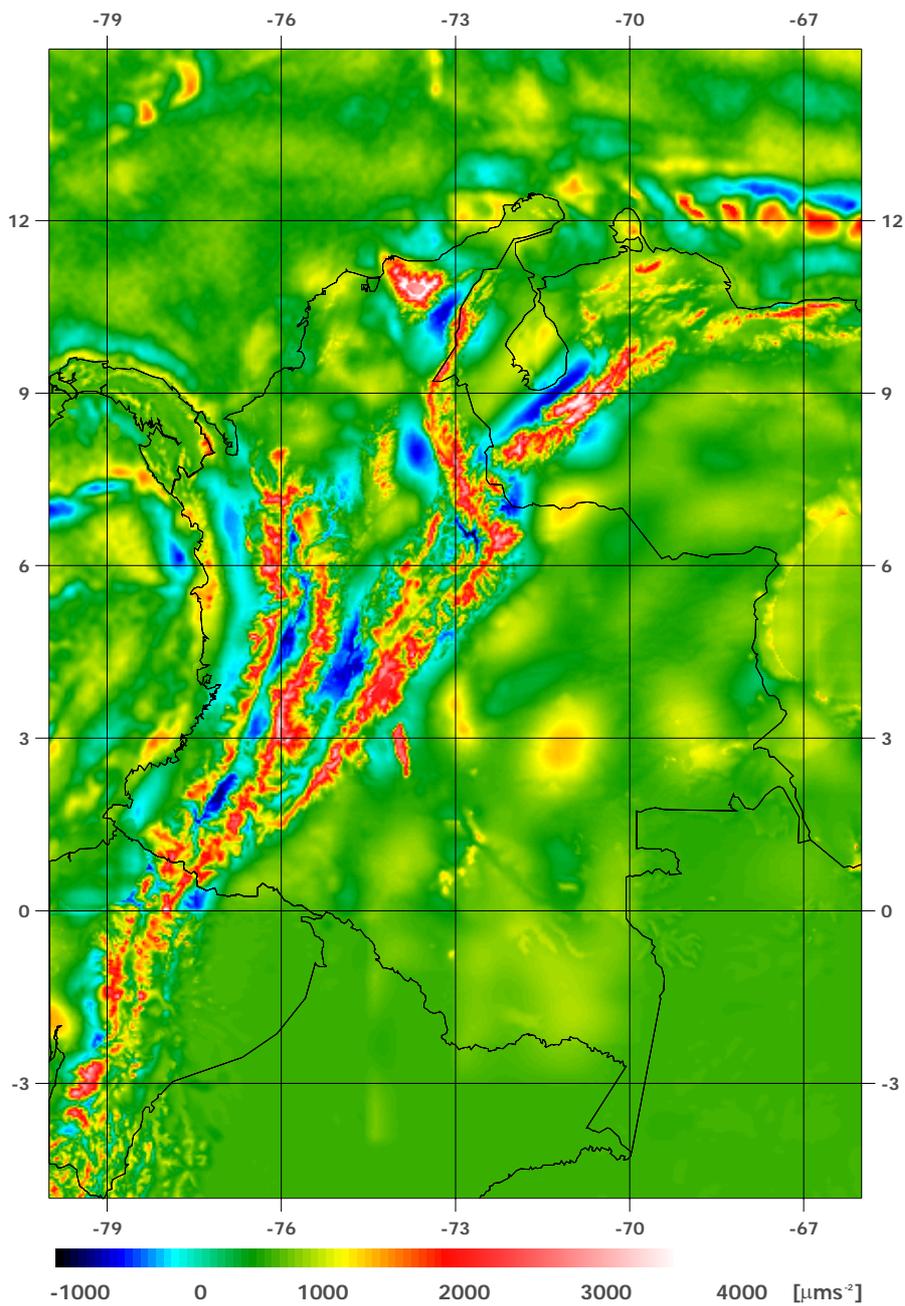
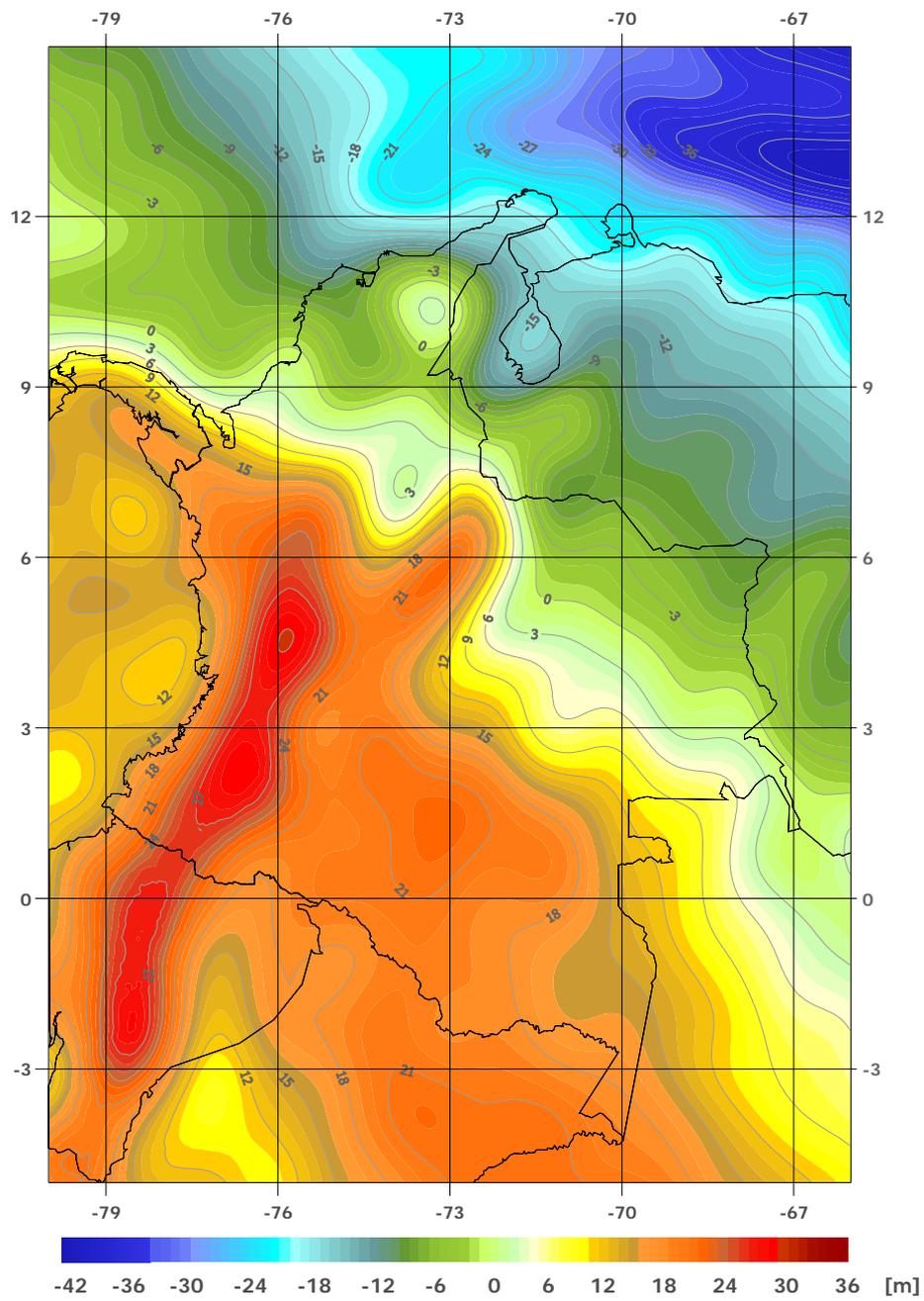
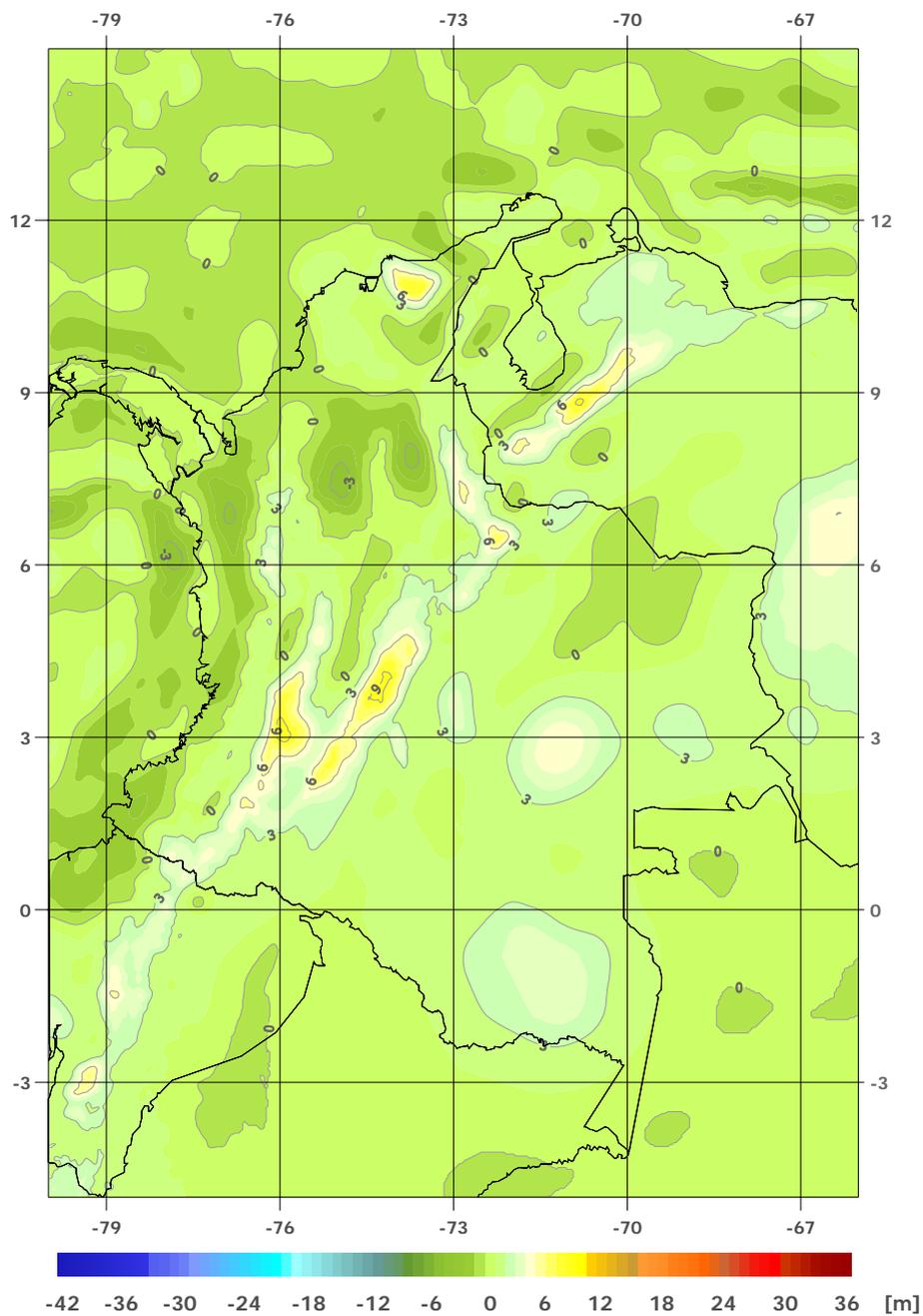
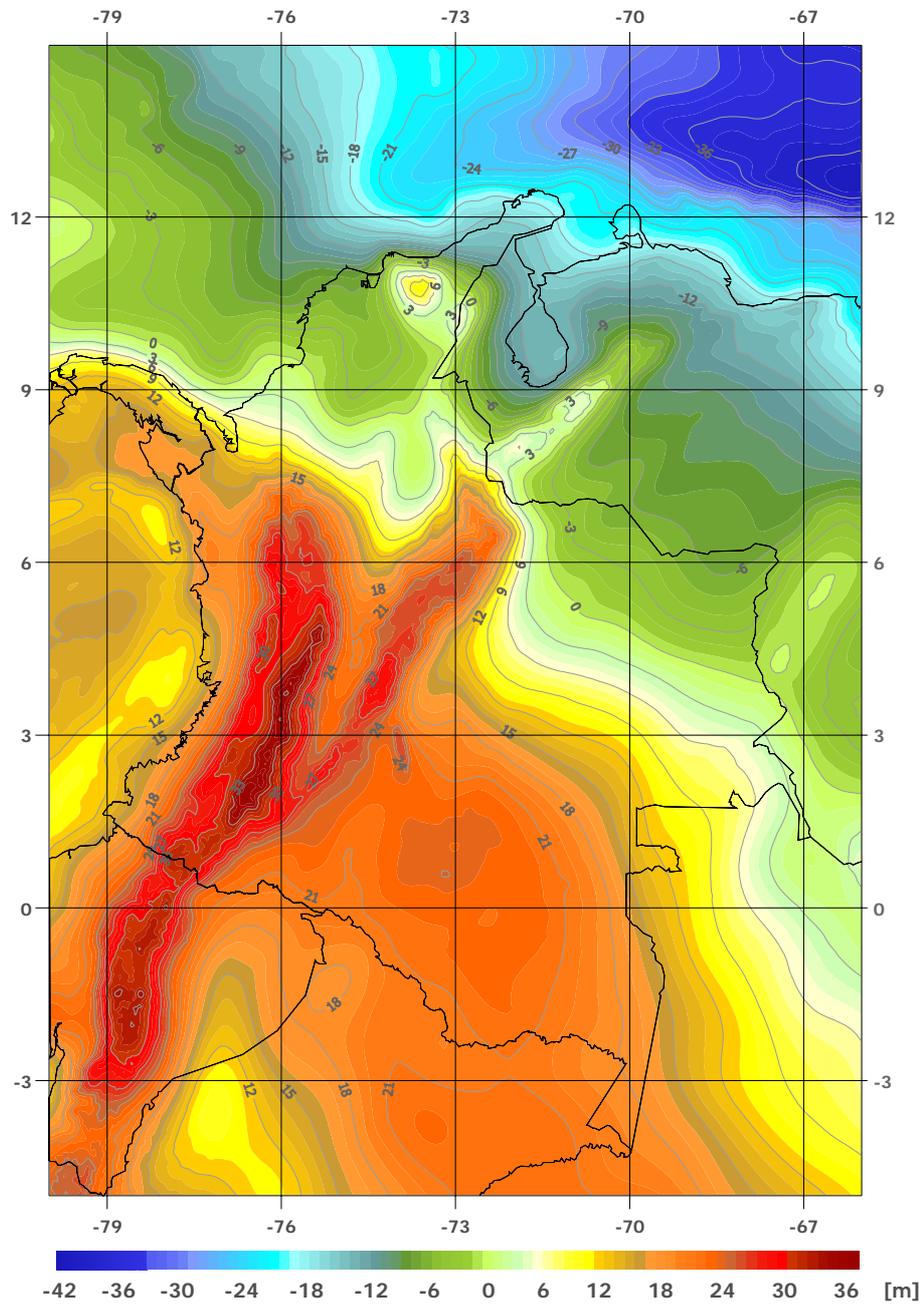


Abbildung D.2 Residualen Anomalien

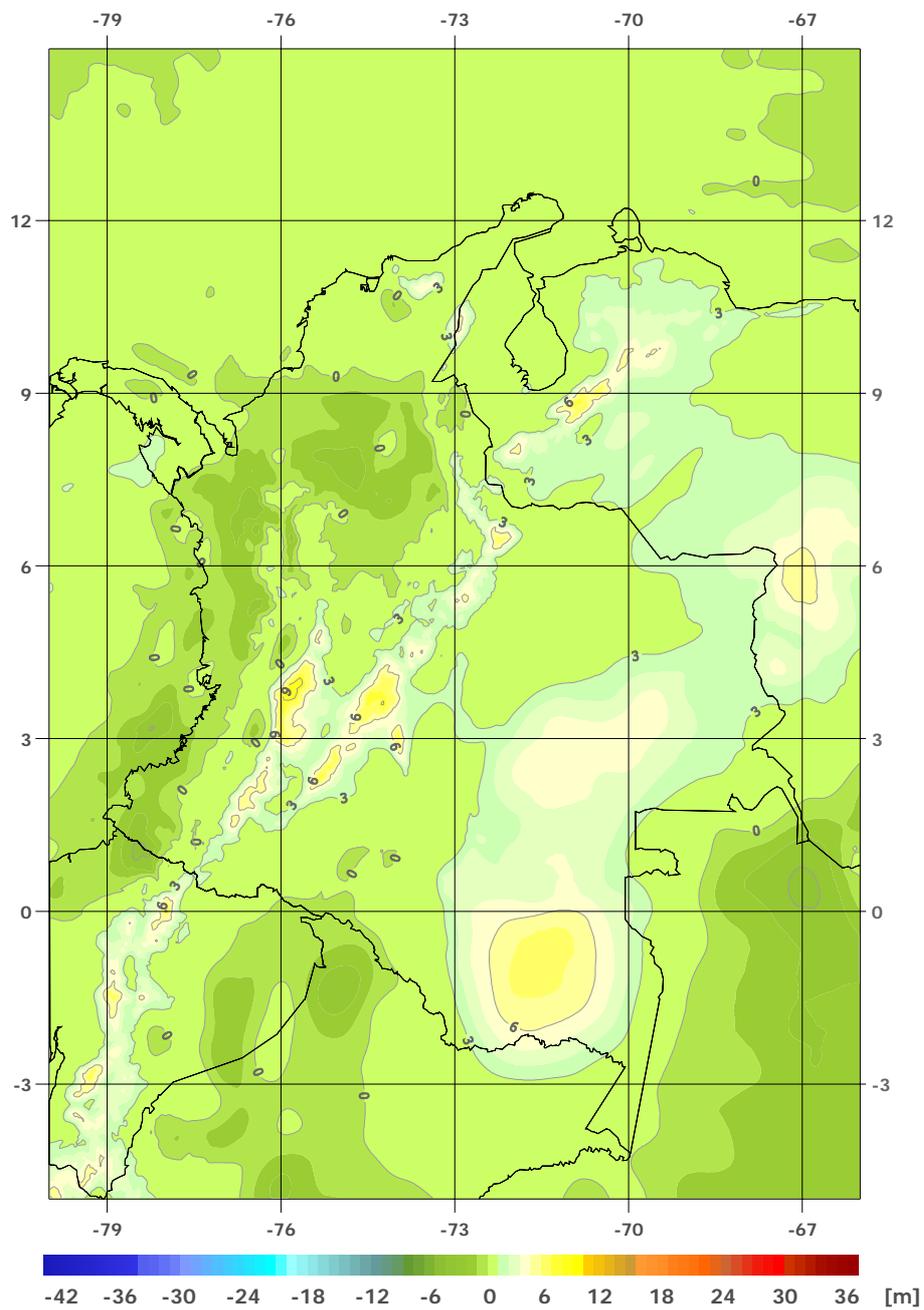


**Abbildung D.3** Globales Quasigeoid aus dem Modell TEG-4





**Abbildung D.5** Geoid-Model *GeoCol2003*



**Abbildung D.6** Differenzen zwischen den Modellen QgeoCol2003 und GeoCol2001

**E Programme und Daten, die zur Durchführung der Arbeit  
benutzt wurden (CD)**